UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA **A**
<u>SESIUNEA</u>: IULIE, <u>DATA</u>: 24.07.2006
<u>PROBA</u>: MATEMATICĂ

1. (7 p) Să se determine $p,q \in \mathbf{R}$ dacă funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2+px+q$ are minimul $\frac{3}{4}$ în punctul $x=\frac{1}{2}$.

a) $p=-1, q=2$ b) $p=-1, q=1$ c) $p=-1, q=3$ d) $p=q=-1$ e) $p=q=1$

2. (10p) În dezvoltarea binomului $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n$, $n\in\mathbf{N}$, $n\geq 2$, $x\in\mathbf{R}_+^*$, coeficienţii primilor 3 termeni formează o progresie aritmetică. Să se determine numărul termenilor iraţionali ai dezvoltării.

a) 0 b) 2 c) 4 d) 6 e) 8

3.(8p) Fie polinomul $f=aX^{2n+1}+X^{2n}+X^{2n-1}+b$ unde $n\in\mathbf{N}^*$. Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$ astfel încât restul împărţirii lui f la $x-1$ să fie egal cu 2 şi restul împărţirii lui f la $x+1$ să fie egal cu 2; să se găsească restul r al împărţirii lui f la X^2-1.

a) $a=-1, b=2; r=x+1$ b) $a=1, b=-1; r=2$ c) $a=b=-1; r=2x$
d) $a=2, b=1; r=2x+2$ e) $a=-1, b=1; r=2$

4. (8p) Care este valoarea parametrului $a\in\mathbf{R}$ pentru care există $x,y,z,t\in\mathbf{R}$, nu toţi nuli, astfel încât
$$x\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}+y\begin{pmatrix}-2&-1\\1&a\end{pmatrix}+z\begin{pmatrix}1&3\\1&2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-1&-3\\1&a+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}?$$

a) $a=1$ b) $a=0$ c) $a=-1$ d) $a=2$ e) $a=-2$

5. (8p) Să se scrie ecuaţia unei drepte din plan, ştiind că piciorul perpendicularei coborâtă din origine pe acea dreaptă este punctul A(1, 1).

a) $x+y+2=0$; b) $x-y+2=0$; c) $x+y-2=0$; d) $x+y=0$; e) $x-y=0$;

6. (7p) Să se scrie ecuaţia planului P care conţine punctul M(-1, 3, 0) şi este paralel cu planul Q ce intersectează axele de coordonate în punctele A(1, 0, 0), B(0, 1, 0) şi C(0, 0, 1).

a) $-x+y=4$ b) $-x+3y=2$ c) $x-y+z=2$ d) $x+y=2$ e) $x+y+z=2$

7. (9p) Să se calculeze limita $L=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^5-(\sin x)^5}{x^7}$.

a) $L=0$ b) $L=\frac{5}{7}$ c) $L=\frac{5}{6}$ d) $L=-\frac{5}{6}$ e) $L=-\frac{5}{7}$

A

8. (8p) Să se determine asimptotele la graficul funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2x-\operatorname{arctg}x$.

a) $y=x+\frac{\pi}{2},\ y=x-\frac{\pi}{2}$ b) $y=2x+\frac{\pi}{2},\ y=2x-\frac{\pi}{2}$ c) $y=x+\pi,\ y=x-\pi$
d) $y=2x,\ y=-2x$ e) $y=2x+\pi,\ y=2x-\pi$

9. (8p) Să se determine punctele de extrem ale funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{x^2(x+1)}$.

a) $x=0$ și $x=-\frac{2}{3}$ maxime b) $x=0$ și $x=-\frac{2}{3}$ minime
c) $x=0$ minim, $x=-\frac{2}{3}$ maxim d) $x=0$ maxim, $x=-\frac{2}{3}$ minim
e) $x=-1$ minim, $x=0$ maxim

10. (8p) Care sunt soluțiile sistemului: $\begin{cases}\hat{2}x+\hat{9}y=\hat{7}\\ \hat{3}x+\hat{4}y=\hat{2}\end{cases}$ în inelul $\mathbf{Z}_{12}$?

a) $x=-\hat{1}, y=\hat{2}$ și $x=\hat{2}, y=\hat{1}$ b) $x=\hat{2}, y=-\hat{1}$ c) $x=-\hat{2}, y=\hat{3}$
d) incompatibil e) $x=\hat{3}, y=\hat{2}$

11. (10p) Să se calculeze valoarea integralei: $I=\int_{-3}^{1}\frac{x+4}{\sqrt{x^2+6x+18}}dx$.

a) $I=2+\ln 3$ b) $I=4-\ln 3$ c) $I=4+\ln 3$ d) $I=2-\ln 3$ e) $I=\ln 3$

12. (9p) Să se calculeze lungimea graficului funcției $f:[1,\sqrt{3}]\to\mathbf{R}$, $f(x)=\ln x$.

a) $2-\sqrt{2}+\ln\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$ b) $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})+2\ln\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ c) $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})+2\ln\frac{1}{\sqrt{3}}$
d) $2\sqrt{2}(1-\sqrt{2})+\ln\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ e) $2(\sqrt{3}-\sqrt{2})+2\ln\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 23.07.2007
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8 p) Se consideră funcţia f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2\left[\frac{x}{2}\right]+1$.

Să se determine expresia analitică a funcţiei $f\circ f\circ f$.

a) $f(x)+3$; b) $f(x)$; c) $2^3 f(x)$; d) $f(x)-3$; e) $f(x)+2$.

2. (7 p) Să se determine numărul de elemente ale mulţimii $E=\left\{n\in\mathbf{N}\left|\frac{15}{(n+2)!}>\frac{1}{(n+1)!}\right.\right\}$.

a) 0; b) 1; c) 11; d) 13; e) 15.

3. (8 p) Să se determine toate numerele complexe $z\in\mathbf{C}$ care verifică ecuaţia $|z|-z=1-2i$.

a) $z=-\frac{1}{2}+i$; b) $z=\frac{3}{2}+2i$; c) $z_1=\frac{3}{2}, z_2=\frac{3}{2}+2i$; d) $z=\frac{3}{2}-2i$; e) $z=\frac{5}{2}+3i$.

4. (8 p) Să se calculeze determinantul $\Delta=\begin{vmatrix}1 & -x & -1\\ -x & x^2 & x\\ -1 & x & 1\end{vmatrix}$.

a) -1; b) $2x^2$; c) $4x^2$; d) $6x^2$; e) 0.

5. (8 p) Se consideră sistemul $\begin{cases}ax+y+z=0\\ x+ay-z=-1\\ x+ay+z=1\end{cases}$, unde $a\in\mathbf{R}$. Fie S suma valorilor parametrului a pentru care sistemul este incompatibil; determinaţi S.

a) $S=-1$; b) $S=0$; c) $S=1$; d) $S=-2$; e) $S=2$.

6. (9 p) Să se calculeze $L=\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}\right]^n$.

a) $L=1$; b) $L=e^{\frac{3}{2}}$; c) $L=\infty$; d) $L=e$; e) $L=e^{-1}$.

7. (9 p) Fie f: $\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, definită prin $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x^2+x^3e^{nx}}{1+e^{nx}}$. Care este mulţimea punctelor de derivabilitate ale funcţiei f?

a) $\mathbf{R}\setminus\{0\}$; b) $\mathbf{R}$; c) $[0,+\infty)$; d) $(-\infty,0]$; e) $[1,+\infty)\cup\{0\}$.

A

8. (10 p) Fie g inversa funcției bijective $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=x^3+x$.
Să se calculeze $g'(-2)$ și $g''(-2)$.

a) $g'(-2)=4,\ g''(-2)=-20$; b) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=-\frac{20}{4^3}$;

c) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=\frac{3}{32}$; d) $g'(-2)=0,\ g''(-2)=1$;

e) $g'(-2)=\frac{1}{4},\ g''(-2)=0$.

9. (10 p) Din punctul $A\left(-5,\sqrt{11}\right)$ se duc tangente la cercul de ecuație $x^2+y^2=9$. Să se determine unghiul dintre aceste tangente.

a) 30° ; b) 90° ; c) 45° ; d) 60°; e) 15° .

10. (7 p) Să se determine distanța de la origine la planul $\pi: x-2y-2z+9=0$.

a) 0 ; b) 1 ; c) 2 ; d) 3 ; e) 4 .

11. (8 p) Să se determine volumul corpului solid generat de rotirea în jurul axei Ox a domeniului plan cuprins între curbele $y=\sqrt{x}$, $x=1$ și $x=9$.

a) 7π ; b) π ; c) 40π ; d) 20π ; e) 10π .

12. (8 p) Fie legea de compoziție internă pe **R** definită prin $x*y=xy+\alpha x+2\beta y$, $(\forall)x,y\in\mathbf{R}$, unde $\alpha,\beta\in\mathbf{R}^*$. Care sunt valorile lui α și β pentru care legea $*$ este comutativă și asociativă ?

a) $\alpha=\frac{1}{2}, \beta=1$; b) $\alpha=\beta=-1$; c) $\alpha=\beta=1$; d) $\alpha=1, \beta=\frac{1}{2}$; e) $\alpha=1, \beta=-1$.

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: SEPTEMBRIE, DATA: 15.09.2008
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8 p) Să se determine $m \in \mathbf{R}$, astfel ca rădăcinile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei $x^2 - (2m-3)x + m - 1 = 0$ să satisfacă relaţia $2x_1 - 5x_1x_2 + 2x_2 = 0$.

a) $m = 2$; b) $m = -1$; c) $m_{1,2} = 2 \pm \sqrt{7}$; d) $m_{1,2} = 2 \pm \sqrt{5}$; e) $m_{1,2} = \pm\sqrt{5}$.

2. (9 p) Să se rezolve ecuaţia matricială $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3. (8 p) Să se determine toate valorile parametrului $\lambda \in \mathbf{R}$ pentru care sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y - 3z = -3 \\ 4x + \lambda y = 1 \end{cases}$ este compatibil determinat.

a) $\mathbf{R} \setminus \{4\}$; b) $\mathbf{R} \setminus \{-4\}$; c) $\mathbf{R} \setminus \{16\}$; d) $\mathbf{R} \setminus \{-16\}$; e) $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.

4. (7 p) Să se calculeze limita şirului cu termenul general $a_n = \left(\frac{2n+5}{2n+1}\right)^n$.

a) e; b) $\sqrt[3]{e}$; c) $\sqrt{e}$; d) $\frac{1}{e}$ e) e^2.

5. (7 p) Pe dreapta care uneşte punctele A(−3, 5), B(−1, 2) să se determine un punct de abscisă $x = 5$.

a) $(5, -1)$; b) $(5, -7)$; c) $(3, 5)$; d) $(5, 7)$; e) $(5, 0)$.

6. (8 p) Să se calculeze expresia $E = \frac{\sin 60° - \sin 30°}{\cos 30° + \cos 60°}$.

a) $2 + \sqrt{3}$; b) $\sqrt{3} - 2$; c) $\sqrt{2} - 3$; d) $3 + \sqrt{2}$; e) $2 - \sqrt{3}$.

7. (8 p) Pe $\mathbf{R}$ se defineşte legea de compoziţie "*" prin $x * y = axy - x - y + 2$, unde $a \in \mathbf{R}$. Pentru ce valori ale lui a legea considerată admite element neutru?

a) $a = 1$; b) $a = 0$; c) $a = -1$; d) $a = \frac{1}{2}$; e) $a = -\frac{1}{2}$.

8. (8 p) Să se rezolve ecuaţia $\lg x^2 + 2\lg x = 2^2$.
a) $x = 10$; b) $x = 100$; c) $x = 1000$; d) $x = 1$; e) $x = 2$.

A

9. (10 p) Fie funcția $f:\mathbf{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}\to\mathbf{R}$, definită prin $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$. Să se determine asimptotele la graficul acestei funcții.

a) $x=\frac{3}{2}, y=\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{2}$; b) $x=\frac{3}{2}, y=x$; c) $x=\frac{3}{2}, y=x+\frac{1}{2}$;

d) $x=\frac{3}{2}, y=0$; e) $x=-\frac{3}{2}, y=\frac{1}{2}, y=-\frac{1}{2}$.

10. (8 p) Se consideră funcțiile $f(x)=x^2$ şi $g(x)=-x^2+4x+c$, unde $c\in\mathbf{R}$. Să se afle c astfel încât graficele lui f şi g să aibă o tangentă comună într-un punct de intersecție a curbelor.

a) $c=1$; b) $c=2$; c) $c=\frac{1}{2}$; d) $c=-2$; e) $c=3$.

11. (10 p) Se consideră ecuația $4x^3+x^2-4x+a=0$, unde a este un parametru real. Pentru ca ecuația să aibă trei rădăcini reale, parametrul a aparține următorului interval:

a) $a\in\left[-\frac{52}{27},\frac{5}{4}\right]$; b) $a\in\left(-\frac{5}{2},\frac{5}{4}\right)$; c) $a\in\left(-\frac{2}{7},\frac{5}{4}\right)$; d) $a\in\left(-\frac{5}{7},\frac{4}{5}\right)$; e) $a\in(1,5)$.

12. (9 p) Calculați valoarea integralei: $I=\int_0^2|x-1|\,dx$.

a) 8; b) 1; c) 10; d) 9; e) 7.

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 20.07.2009
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8 p) Să se determine domeniul de continuitate al funcţiei
$$f:[-1,1]\to[-2,2],\ f(x)=\begin{cases}-3x-2, & x\in[-1,0]\\ x^2+1, & x\in(0,1]\end{cases}.$$

a) $[-1, 1]\setminus\{0\}$; b) $[-1, 1]$; c) $(-1, 1)$; d) $(-1, 1)\setminus\{0\}$; e) $(-1, 1]\setminus\{0\}$.

2. (9 p) Să se determine toate valorile parametrului real m pentru care ecuaţia $e^x = mx^2$ are o rădăcină reală.

a) $m\in(-\infty,0]$; b) $m\in\left(0,\dfrac{e^2}{4}\right)$; c) $m\in\left(\dfrac{e^2}{8},\dfrac{e^2}{3}\right)$; d) $m\in\left(\dfrac{e^2}{4},+\infty\right)$; e) $m=\dfrac{e^2}{4}$.

3. (10 p) Să se calculeze $L=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^5+2^5+3^5+...+n^5}{n^6}$.

a) $L=\dfrac{1}{5}$; b) $L=\dfrac{1}{6}$; c) $L=1$; d) $L=\dfrac{1}{4}$; e) $L=\dfrac{2}{3}$.

4. (8 p) Să se calculeze volumul corpului determinat prin rotirea în jurul axei Ox a subgraficului funcţiei $f(x)=\sqrt{x^2-1},\ x\in[1,2]$.

a) $\dfrac{\pi}{2}$; b) $\dfrac{2\pi}{3}$; c) $\dfrac{4\pi}{3}$; d) $\dfrac{8\pi}{3}$; e) 1.

5. (10 p) Se consideră inelul $(\mathbf{R},\perp,\top)$, unde legile de compoziţie se definesc prin
$x\perp y=x+y-2$
$x\top y=xy-2x-2y+6$.
Determinaţi elementele neutre θ (faţă de $\perp$) şi e (faţă de $\top$):

a) $\theta=1, e=3$; b) $\theta=2, e=1$; c) $\theta=1, e=1$; d) $\theta=2, e=3$; e) $\theta=0, e=1$.

6. (7 p) Determinaţi mulţimea tuturor soluţiilor ecuaţiei: $\cos^4 x-\sin^4 x=1$.

a) $x\in\left\{k\dfrac{\pi}{3}\,\middle|\,k\in\mathbf{Z}\right\}$; b) $x\in\{k\pi\mid k\in\mathbf{Z}\}$; c) $x\in\left\{k\dfrac{\pi}{2}\,\middle|\,k\in\mathbf{Z}\right\}$;

d) $x\in\left\{k\dfrac{\pi}{4}\,\middle|\,k\in\mathbf{Z}\right\}$; e) $x\in\left\{k\dfrac{\pi}{6}\,\middle|\,k\in\mathbf{Z}\right\}$.

A

7. (7 p) Determinați coordonatele centrului și raza cercului de ecuație $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

a) $C(1,-2),\ r=\sqrt{6}$; b) $C(-1,2),\ r=\sqrt{3}$; c) $C(-1,-1),\ r=\sqrt{5}$;

d) $C(1,2),\ r=\sqrt{5}$; e) $C(-2,-2),\ r=\sqrt{3}$.

8. (7 p) Să se calculeze: $\lim\limits_{x\to 12} \dfrac{3-\sqrt{x-3}}{x^2-144}$.

a) 12; b) $\dfrac{1}{144}$; c) $-\dfrac{1}{288}$; d) $\dfrac{1}{288}$; e) $-\dfrac{1}{144}$.

9. (9 p) Să se afle cea mai mică valoare a funcției $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=x^2-2x+m^2$, când parametrul real m parcurge toate valorile posibile.

a) -1; b) 0; c) 1; d) $-\dfrac{1}{2}$; e) $-\dfrac{1}{8}$.

10. (8 p) Să se rezolve inecuația: $\log_3|x|<1$.

a) $x\in(0,\infty)$; b) $x\in\left(-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3}\right)\setminus\{0\}$; c) $x\in(-3,3)\setminus\{0\}$;

d) $x\in(-2,4)\setminus\{0\}$; e) $x\in(3,\infty)$.

11. (9 p) Să se rezolve ecuația matricială **AX** = **B**, unde $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $\mathbf{B}=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$.

a) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}0 & 8\\ -2 & 2\end{pmatrix}$; b) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}6 & 8\\ 2 & -2\end{pmatrix}$; c) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}6 & 8\\ -2 & 2\end{pmatrix}$; d) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}6 & 8\\ 0 & 2\end{pmatrix}$; e) $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}6 & 0\\ -2 & 2\end{pmatrix}$.

12. (8 p) Să se rezolve sistemul $\begin{cases}2x+3y+z=8\\ x+2y+3z=7\\ 3x+y+2z=9\end{cases}$.

a) $x=1, y=2, z=3$; b) $x=2, y=1, z=1$; c) $x=3, y=2, z=2$;

d) $x=1, y=1, z=4$; e) $x=1, y=3, z=2$.

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: SEPTEMBRIE, DATA: 19.09.2010
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (7 p) Să se calculeze expresia $E = \dfrac{\sin 60° - \sin 30°}{\cos 30° + \cos 60°}$.

a) $2+\sqrt{3}$; b) $-2+\sqrt{3}$; c) $-2-\sqrt{3}$; d) 0; e) $2-\sqrt{3}$.

2. (8 p) Determinaţi coordonatele centrului şi raza cercului de ecuaţie $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

a) $C(1,-2)$, $r=\sqrt{6}$; b) $C(-1,2)$, $r=\sqrt{3}$; c) $C(-1,-1)$, $r=\sqrt{5}$;

d) $C(1,2)$, $r=\sqrt{5}$; e) $C(-2,-2)$, $r=\sqrt{3}$.

3. (8 p) Se consideră funcţia $f : \mathbf{R}\setminus\{-1\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2+2x-1}{x+1}$. Determinaţi asimptota oblică la graficul funcţiei la ramura spre $+\infty$.

a) $y=x+1$; b) $y=-x+1$; c) $y=-x-1$; d) $y=x-1$; e) nu are.

4. (8 p) Pe **R** se defineşte legea de compoziţie "*" prin $x * y = axy - x - y + 2$, unde $a \in \mathbf{R}$. Pentru ce valori ale lui a legea considerată admite element neutru?

a) $a=1$; b) $a=0$; c) $a=-1$; d) $a=\dfrac{1}{2}$; e) $a=-\dfrac{1}{2}$.

5. (9 p) Să se rezolve ecuaţia $\lg x^2 + 2\lg x = 2^2$.
a) $x=10$; b) $x=100$; c) $x=1000$; d) $x=1$; e) $x=2$.

6. (8 p) Fie funcţia $f : [0,2] \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^3$. Să se determine $c \in (0, 1)$ astfel încât

$$\int_1^2 f(x)dx = 30 f(c).$$

a) $c=0$; b) $c=\dfrac{1}{2}$; c) $c=1$; d) $c=2$; e) $c=-1$.

7. (8 p) Să se determine $m \in \mathbf{R}$ astfel ca rădăcinile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei $x^2 - (2m-3)x + m - 1 = 0$ să satisfacă relaţia $2x_1 - 5x_1x_2 + 2x_2 = 0$.

a) $m=0$; b) $m=-1$; c) $m=2$; d) $m=3$; e) $m=4$.

A

8. (8 p) Să se determine toate valorile parametrului $\lambda \in \mathbf{R}$ pentru care sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x-y-3z=-3 \\ x+\lambda y=1 \end{cases}$ este compatibil determinat.

a) $\mathbf{R}$; b) $\varnothing$; c) $\mathbf{R}\setminus\{4\}$; d) $\mathbf{C}$; e) $[-1,\infty)$.

9. (7 p) Să se calculeze determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -x & -1 \\ -x & x^2 & x \\ -1 & x & 1 \end{vmatrix}$.

a) -1 ; b) $2x^2$; c) $4x^2$; d) $6x^2$; e) 0 .

10. (10 p) Fie M mulțimea tuturor matricelor cu 4 linii şi 5 coloane în care toate elementele sunt numerele $+1$ şi -1 şi astfel încât produsul numerelor din fiecare linie şi din fiecare coloană este -1 . Să se calculeze numărul elementelor mulțimii M.

a) 2; b) 6; c) 4; d) 0; e) 1.

11. (10 p) Să se determine constanta $\alpha \in \mathbf{R}$ astfel încât $\lim\limits_{n\to\infty} n^{\alpha}\left(\sqrt{n+\sqrt{n}}-\sqrt{n-\sqrt{n}}\right)$ să fie finită.

a) $\alpha \le 1$; b) $\alpha \le 0$; c) $0<\alpha<1$; d) $\alpha > 1$; e) $\alpha = 1$.

12. (9 p) Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x+1)\ln x$. Să se calculeze $f'(1)$.

a) 1; b) 2; c) 3; d) 0; e) -1.

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: SEPTEMBRIE, DATA: 14.09.2011
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8 p) Fie funcţia de gradul al doilea $f_m(x)=x^2-(2m-1)x+1$, $(m\le 0)$. Să se determine m astfel încât vârful parabolei asociate acestei funcţii să se găsească pe prima bisectoare.

a) $m=-\frac{1}{4}$ b) $m=-4$ c) $m=\frac{\sqrt{5}}{2}$ d) $m=0$ e) $m=-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

2. (7 p) Fie $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$. Să se calculeze A^3.

a) $\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 6 & 1\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}1 & -6\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}1 & 0\\ -6 & 1\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}6 & 0\\ 0 & 6\end{pmatrix}$

3. (10 p) Să se determine toate valorile lui $m\in\mathbf{R}$ astfel ca sistemul $\begin{cases}x-my=1\\ 5x+4y=23\end{cases}$ să fie compatibil determinat.

a) $m=0$ b) $m=-\frac{4}{5}$ c) $m\in\mathbf{R}-\left\{-\frac{4}{5}\right\}$ d) $m\in\mathbf{R}-\left\{\frac{5}{4}\right\}$ e) $m\in\mathbf{R}$.

4. (9 p) Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\log_x 2+\log_2 x=\frac{5}{2}$ este:

a) $\varnothing$ b) $\{\sqrt{2},\ 4\}$ c) $\{2,\ 4\}$ d) $\left\{\frac{1}{4},\ \sqrt{2}\right\}$ e) $\{2\}$.

5. (8 p) Fie grupurile $(\mathbf{R},+)$ şi $((0,+\infty),\cdot)$. În ce condiţii funcţia

$$f:\mathbf{R}\to(0,+\infty),\ f(x)=e^{\alpha x+\sqrt{\alpha^2-11}-\sqrt{\alpha^2-20}-1},\ \alpha\in\mathbf{N},\ \alpha\ge 5$$

este un izomorfism de grupuri?

a) $\alpha=5$ b) $\alpha\in\varnothing$ c) $\alpha=8$ d) $\alpha=6$ e) $\alpha=7$.

6. (8 p) Să se calculeze $\frac{1}{\sin^2 45^\circ}-\frac{1}{\cos^2 30^\circ}$.

a) $4\sqrt{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) -1 e) $\sqrt{3}$.

7. (8 p) Fie în planul *(xOy)* punctul *M(2,3)* şi dreapta *(d)* $x+2y-5=0$. Să se afle distanţa de la punctul *M* la dreapta *(d)*.

a) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ b) $\sqrt{5}$ c) $3\sqrt{5}$ d) $\frac{5\sqrt{5}}{3}$ e) $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

A

8. (8 p) Să se calculeze: $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{1}{x^2-x}\right)$.

a) 1 b) 2 c) $\frac{3}{4}$ d) $-\frac{1}{2}$ e) $-\frac{3}{4}$.

9. (7 p) Să se determine parametrii reali a şi b astfel încât funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, definită prin $f(x)=\begin{cases}2ax+b, & x\le 2\\ x^2+2a, & x>2\end{cases}$, să fie derivabilă pe $\mathbf{R}$.

a) $a=4, b=0$ b) $a=3, b=0$ c) $a\in\mathbf{R}, b=5$

d) $a=2, b=0$ e) $a=4, b=-1$.

10. (9 p) Calculaţi valoarea integralei: $I=\int_0^2(|x-1|+2x+1)\,dx$.

a) 8 b) 5 c) 10 d) 9 e) 7.

11. (8 p) Calculaţi aria domeniului mărginit de curbele de ecuaţii: $y=x^2$ şi $y=x$.

a) $\frac{27}{2}$ b) $\frac{19}{6}$ c) $\frac{25}{2}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{9}{2}$.

12. (10 p) Fie funcţia $f:D\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt{\sin x^2}$, unde D este domeniul maxim de definiţie al funcţiei f. Să se studieze derivabilitatea funcţiei f în punctul $x=0$ şi în caz afirmativ să se calculeze valoarea derivatei în acest punct.

a) $f'(0)=1$ b) $f'(0)=-1$ c) $f'(0)$ nu există

d) $f'(0)=0$ e) $f'(0)=2$.

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 24.07.2012
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8 p) Fie ecuaţia $2x^2-3x+1=0$, cu rădăcinile x_1 şi x_2. Să se calculeze $|x_1-x_2|$.

a) 1; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{1}{2}$; d) 0; e) 2.

2. (10 p) Să se precizeze în ce interval se află soluţia ecuaţiei: $C_{x+1}^{x-4}=\frac{7}{15}x(x+1)(x-1)$.

a) (10, 12); b) (4, 9); c) (9, 11); d) (11, 13); e) [–5, 9).

3. (7 p) Să se rezolve ecuaţia: $\begin{vmatrix} 3-x & 1 & 3 \\ 1 & 2-x & 2 \\ 2 & 3 & 1-x \end{vmatrix}=0$.

a) $x_1=6, x_2=\sqrt{2}, x_3=-\sqrt{2}$; b) $x_1=7, x_2=\sqrt{3}, x_3=-\sqrt{3}$; c) $x_1=7, x_2=3, x_3=-1$;
d) $x_1=x_2=6, x_3=\sqrt{2}$; e) $x_1=0, x_2=-7, x_3=\sqrt{3}$.

4. (9 p) Pe mulţimea numerelor reale **R** se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x-y+2$. Să se determine elementul neutru în raport cu legea considerată.

a) $e=-1$; b) $e=0$; c) $e=2$; d) $e=1$; e) $e=\frac{1}{2}$.

5. (8 p) Să se determine parametrii $a, b\in$ **R** astfel încât polinomul $P(x)=x^4-2x^3+ax+b$ să fie divizibil cu polinomul $Q(x)=x^2+x-2$.

a) $a=12, b=-12$; b) $a=11, b=-10$; c) $a=-11, b=10$;
d) $a=16, b=-16$; e) $a=1, b=-2$.

6. (7 p) Să se calculeze valoarea expresiei $\frac{\sin x+\operatorname{tg} x}{\cos x+\operatorname{ctg} x}$, ştiind că avem $\cos x=\frac{2}{3}$ şi $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

a) $\frac{16}{25}(3+\sqrt{5})$; b) $\frac{16}{25}(3-\sqrt{5})$; c) $\frac{3}{4}(3-\sqrt{5})$; d) $\frac{25}{16}(3+\sqrt{5})$; e) $\frac{25}{16}(3-\sqrt{5})$.

A

7. (9 p) Se dă dreapta de ecuație $(\alpha-1)x+(\alpha-2)y-\alpha+3=0$, cu $\alpha\in\mathbf{R}$. Fie A şi B intersecțiile dreptei cu axa (Ox), respectiv cu axa (Oy). Să se determine α astfel ca:

$$\frac{1}{\mathrm{OA}^2}+\frac{1}{\mathrm{OB}^2}=10.$$

a) $\alpha_1=-\frac{5}{2},\alpha_2=\frac{17}{4}$; b) $\alpha_1=\frac{5}{2},\alpha_2=-\frac{17}{4}$; c) $\alpha_1=\frac{5}{2},\alpha_2=\frac{17}{4}$;

d) $\alpha_1=-\frac{7}{2},\alpha_2=\frac{15}{4}$; e) $\alpha_1=-\frac{5}{2},\alpha_2=-\frac{17}{4}$.

8. (9 p) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x^2}-1}{3x^2}$.

a) 1; b) 3; c) 0; d) $\frac{1}{3}$; e) e.

9. (8 p) Fie funcția $f:[-1,+\infty)\to\mathbf{R}$, definită prin $f(x)=\sqrt{x+1}$. Să se determine abscisa x_0 a unui punct situat pe graficul lui f în care tangenta la grafic să fie paralelă cu coarda ce uneşte punctele de pe grafic de abscisă $x=0$, respectiv $x=3$.

a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{5}{4}$; d) $\frac{4}{3}$; e) $-\frac{1}{3}$.

10. (10 p) Fie funcția $f:(-\infty,0]\to\mathbf{R}$, definită prin $f(x)=\frac{x^2-ax}{\sqrt{x^2+1}}$, unde $a\in\mathbf{R}$. Să se determine a pentru care funcția f admite un punct de extrem situat la distanța 2 de axa (Oy).

a) $a=-10, a=12$; b) $a=12$; c) $a=11$; d) $a=1, a=12$; e) $a=-12$.

11. (8 p) Să se calculeze integrala: $I=\int_2^4\frac{x^2-2x+5}{x-1}dx$.

a) $\frac{3}{2}+4\ln 2$; b) $4(1+\ln 3)$; c) $4\ln 3$; d) $4+\ln 3$; e) $3+4\ln 2$.

12. (7 p) Care este volumul corpului de rotație generat prin rotirea în jurul axei (Ox) a subgraficului funcției $f(x)=x+e^x$, $x\in[0,1]$.

a) $\frac{\pi}{6}(3e^2+8)$; b) $\frac{\pi}{6}(3e^2-2)$; c) $\frac{\pi}{2}(e^2+11)$; d) $\frac{\pi}{6}(3e^2+11)$; e) $\frac{\pi}{8}(3e+1)$.

UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 22.07.2014
PROBA: MATEMATICĂ

B

1. (8p) Fie matricea $\mathbf{A} = (a_{ij})_{i,j=1,2,3}$ cu elementele date de

$$a_{ij} = \begin{cases} (-1)^{i+j}, \text{ dacă } i = j \\ (-1)^{i+j} C_j^i, \text{ dacă } i < j \\ 0, \text{ dacă } i > j \end{cases},$$

unde C_j^i reprezintă combinări de j luate câte i. Să se calculeze $\mathbf{A}^{-1}$.

a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. (7 p) Se consideră grupul $(\mathcal{M},\cdot)$, unde

$$\mathcal{M} = \left\{ \mathbf{A}(m) = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, m \in \mathbf{Z} \right\}$$

şi "·" este operaţia de înmulţire a matricelor. Să se determine simetricul elementului $\mathbf{A}(2014)$.

a) $\mathbf{A}(1)$ b) $\mathbf{A}(0)$ c) $\mathbf{A}(-2014)$ d) $\mathbf{A}(-1)$ e) $\mathbf{A}\left(\frac{1}{2014}\right)$.

3. (7 p) Dreapta d: $2x + y - 2 = 0$ intersectează axele de coordonate în punctele A şi B. Să se determine coordonatele punctului C astfel ca punctul G(3,2) să fie centrul de greutate al triunghiului ABC.

a) $(8, 4)$ b) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ c) $(3, 5)$ d) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ e) $(6, 2)$.

4. (9 p) Fie funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}, f(x) = x\,arctg(x)$. Să se determine toate asimptotele la graficul funcţiei f.

a) $y = \frac{\pi}{2}x - 1$ b) $y = \frac{\pi}{2}x - 1,\ y = -\frac{\pi}{2}x - 1$ c) $y = -\frac{\pi}{2}x + 1$ d) nu există
e) $y = -\frac{\pi}{2}x + 1,\ y = \frac{\pi}{2}x + 1$.

5. (9 p) Se consideră polinoamele

$$f = (X - 2014)(X - 2016) \text{ şi } g = (X - 2015)^{2014} + X - 2001$$

Să se determine restul împărţirii lui g la f.

a) $X + 2014$ b) $X - 2000$ c) $X - 2016$ d) $X - 2014$ e) $X + 2016$.

B

6. (9 p) Ştiind că $a \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ şi $\sin a + \cos a = \frac{7}{5}$, să se determine $tg\frac{a}{2}$.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 1 d) $\frac{1}{2}$ şi $\frac{1}{3}$ e) $\sqrt{2}-1$.

7. (7 p) Fie $f : D \to \mathbf{R}, f(x) = \sqrt{\sin(x^2)}$, unde D este domeniul maxim de definiţie. Să se studieze derivabilitatea lui f în punctul $x_0 = 0$. În caz afirmativ să se determine $f'(0)$.

a) f este derivabilă în $x_0 = 0$ şi $f'(0) = -1$
b) f este derivabilă în $x_0 = 0$ şi $f'(0) = 2$
c) f este derivabilă în $x_0 = 0$ şi $f'(0) = 1$
d) f nu este derivabilă în $x_0 = 0$
e) f este derivabilă în $x_0 = 0$ şi $f'(0) = 0$.

8. (10 p) Se consideră funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ $f(x) = \frac{ax + a - 2}{x^2 + 1}$, unde a este un parametru real. Să se determine a astfel încât funcţia să aibă un extrem în punctul $x = 1$.

a) -2 b) 1 c) -1 d) 3 e) 2.

9. (9 p) Să se calculeze $\int_{-1}^{0} |4x^2 - 11x - 3|\, dx$.

a) $\frac{435}{96}$ b) $\frac{135}{32}$ c) $\frac{221}{48}$ d) $\frac{37}{96}$ e) $\frac{231}{48}$.

10. (7 p) Calculaţi aria cuprinsă între graficul funcţiei $f : (0,+\infty) \to \mathbf{R}, f(x) = x\ln^2(x)$, axa Ox şi dreptele $x = \frac{1}{e}$ şi $x = e$.

a) $\frac{e^2}{2} - \frac{5}{4e^2}$ b) $\frac{e^2}{4} - \frac{5}{4e^2}$ c) $\frac{e^2}{2} - \frac{3}{4e^2}$ d) $\frac{e^2}{4} - \frac{7}{4e^2}$ e) $\frac{e^2}{8} - \frac{5}{4e^2}$.

11. (8 p) Fie ecuaţia $\sqrt[3]{2-x} + \sqrt{x+7} = 3$. Să se determine suma modulelor rădăcinilor ecuaţiei.

a) 1 b) 29 c) 36 d) 25 e) 37 .

12. (10 p) Să se calculeze:

$$E = \sum_{i=1}^{2014} \left[\left(1 + \frac{1}{i}\right) \sum_{k=1}^{i} k!(k^2 + 1) \right]$$

a) 2014! b) 2014! – 1 c) 2015! d) 2015! – 2 e) 2016! – 2 .

UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 21.07.2015
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (7p) Fie ecuaţia $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{8-\sqrt{x}}=3$. Să se determine suma radăcinilor ecuaţiei.

a) -49 b) 49 c) 0 d) -48 e) 48

2. (9p) Fie şirul $(x_n)_{n>1}$ cu termenul general $x_n=\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{C_{n+1}^2}\right), n\in\mathbf{N}^*\setminus\{1\}$. Să se determine suma tuturor elementelor mulţimii $M=\left\{n\in\mathbf{N}^*\setminus\{1\}:\frac{1}{2}\le x_n\le\frac{2}{3}\right\}$.

a) 7 b) 18 c) 9 d) 20 e) 12

3. (9p) Fie mulţimile $M=\left\{z\in\mathbf{C}:|z-2|=2 \quad si \quad \left[\frac{1}{|z-3|}\right]=1\right\}$ şi $P=\{|z|:z\in M\}$. Atunci:

a) $P\subset\left(4,\frac{\sqrt{70}}{2}\right]$ b) $P=\left(4,\frac{35}{8}\right)$ c) $P=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ d) $P\subset(1,4]$ e) $P=\left(4,\frac{\sqrt{75}}{2}\right)$

4. (8p) Să se determine mulţimea valorilor parametrului real m pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx-2y=1 \\ -2x+y=m \\ x+my=-2 \end{cases}$$

este compatibil.

a) $\mathbf{R}\setminus\{1\}$ b) $\mathbf{R}\setminus\{-1\}$ c) $\{-1\}$ d) $\{\pm1;2\}$ e) $\{1\}$

5. (7p) Fie polinomul $f=X^3+aX^2+bX+c,\ a,b,c\in\mathbf{R}$. Să se determine $(b+c)^a$ ştiind că restul împărţirii polinomului f la X^2+2 este $X+1$ şi restul împărţirii lui f la $X+1$ este 3.

a) 49 b) 32 c) $\frac{1}{64}$ d) 64 e) -27

6. (10p) Fie (OA) şi (OB) două raze perpendiculare în cercul de centru O şi rază $2\sqrt{5}$. Să se calculeze latura pătratului $MNPQ$, unde $Q\in(OA), P\in(OB)$, iar M şi N aparţin arcului mic AB.

a) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ b) $\sqrt{5}$ c) $2\sqrt{2}$ d) 2 e) $\sqrt{2}$

7. (8p) Fie C simetricul punctului $A(1,2)$ față de punctul $B(3,4)$. Prin C se duce o dreaptă d ce intersectează axa Ox în punctul P. Să se determine toate valorile pantei dreptei d astfel încât aria triunghiului APC să fie egală cu 4.

a) $-3,1$ b) $\frac{6}{5},\frac{6}{7}$ c) $-2,0$ d) $\frac{3}{2},\frac{3}{4}$ e) $1,\frac{6}{5}$

8. (9p) Să se determine $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x^2 - x\ln(e^x+1)\right)$.

a) ∞ b) 0 c) 1 d) $-\infty$ e) nu există

9. (10p) Să se calculeze integrala $\int_1^2 \sqrt{\frac{x-1}{3-x}}dx$.

a) $\frac{\pi}{2}+1$ b) $\frac{\pi}{2}-1$ c) $\pi+1$ d) $\pi-\frac{1}{2}$ e) $\frac{\pi-1}{2}$

10. (8p) Să se determine aria figurii plane situată în cadranul IV, mărginită de parabola $y^2 = 9-2x$ și de dreapta $2x-3y=9$.

a) 9 b) $\frac{9}{2}$ c) 18 d) $\frac{9}{4}$ e) 24

11. (8p) Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x^2-2x+1)\cdot e^x$. Să se determine mulțimea absciselor punctelor de extrem local ale funcției f.

a) {-1,0} b) {0} c) {0,1} d) {-1,1} e) {1}

12. (7p) Fie funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbf{R}$ definită prin $f(x)=x\cdot\ln x$. Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă 1.

a) $2y-x+1=0$ b) $y-x-1=0$ c) $y+x=0$ d) $y-x+1=0$ e) $y-2x+1=0$

UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 26.07.2016
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (8p) Să se determine valoarea minimă m, respectiv valoarea maximă M, a funcției $f: [1,3] \to \boldsymbol{R}$,

$$f(x) = x^2 - 3x + 2.$$

a) $m = -\frac{1}{4}, M = 0$ b) $m = 0, M = 42$ c) $m = -42, M = 0$
d) $m = 0, M = 2$ e) $m = -\frac{1}{4}, M = 2$

2. (9p) Să se calculeze suma:

$$S = \frac{1}{\sum_{k=1}^{2016} log_2 k^2} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{2016} log_3 k^2} + \cdots + \frac{1}{\sum_{k=1}^{2016} log_{2016} k^2} - \frac{1}{3}.$$

a) $S = 0$ b) $S = \frac{2015}{3}$ c) $S = 2016$ d) $S = \frac{1}{6}$ e) $S = \frac{2}{3}$

3. (7p) Fie $X \in M_{1,3}(\boldsymbol{R})$ astfel încât

$$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -4 & 1 & -12 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} = (1 \quad 2 \quad 3).$$

Să se determine suma elementelor matricei X.

a) 11 b) 12 c) 10 d) 4 e) 5

4. (8p) Fie $G = (3, +\infty)$. Să se găsească valorile parametrilor reali a și b astfel încât legea de compoziție

$$x * y = xy - 3x - 3y + a$$

să determine pe G o structură de grup abelian, iar aplicația $f: \boldsymbol{R} \to G, f(x) = e^x + b$ să fie morfism între grupul aditiv al numerelor reale $(\boldsymbol{R}, +)$ și grupul $(G, *)$.

a) $a = -12, b = 3$ b) $a = 3, b = 12$ c) $a = 12, b = 3$
d) $a = 12, b = -3$ e) $a = 3, b = -3$

5. (7p) Să se determine numărul de rădăcini întregi ale polinomului

$$X^3 + X^2 + X - 3.$$

a) 4 b) 0 c) 3 d) 1 e) 2

6. (10p) Să se determine mulțimea valorilor parametrului real m pentru care nu există $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ astfel încât

$$\cos 4x + (m + 3)(\sin x + \cos x)^2 - 3m - 2 = 0.$$

a) $m \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ b) $m \in [1,2)$ c) $m = 2$
d) $m = 3$ e) $m \in (2, 3)$

7. (9p) În sistemul cartezian xOy se consideră punctele A(1,-2) și B(1,3). Să se determine valoarea parametrului pozitiv a pentru care punctul $P(2,a)$ aparține bisectoarei unghiului AOB.

a) $10\sqrt{2}-14$ b) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ c) $14\sqrt{2}-10$ d) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ e) $\frac{1}{10}$

8. (8p) Să se calculeze: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x^x$.

a) $\frac{1}{e}$ b) 0 c) 1 d) ∞ e) e

9. (8p) Fie funcția $f: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$, $f(x) = e^x - e \cdot x$. Să se determine imaginea mulțimii **R** prin f.

a) $[1, +\infty)$ b) $[e, +\infty)$ c) $(-\infty, 0]$ d) $[0, +\infty)$ e) **R**

10. (8p) Se consideră funcția f: $(0, +\infty) \to$ **R**, $f(x) = \sqrt{x} \cdot ln\, x$. Să se determine panta tangentei la graficul funcției f în punctul A(1,0).

a) $\frac{1}{2}$ b) 0 c) $\frac{3}{2}$ d) 1 e) e

11. (8p) Să se calculeze integrala:

$$\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x(1+\sqrt{\ln x})^3}\,dx.$$

a) $\frac{5}{4} - 2\ln 2$ b) $2\ln 2 - \frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{4} - \ln 4$ d) $\ln 4 - \frac{5}{4}$ e) $2\ln 2 - \frac{5}{6}$

12. (10p) Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f: **R**→ **R**,

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+4}},$$

axa Ox și dreptele $x = 1$, respectiv $x = 3$.

a) $\sqrt{13} - \sqrt{5} + 2\ln\frac{(\sqrt{13}-3)(\sqrt{5}+1)}{4}$

b) $\sqrt{5} + \sqrt{13} - 4\sqrt{2} + 2\ln\frac{(3+2\sqrt{2})(\sqrt{5}-1)(\sqrt{13}-3)}{4}$

c) $13\sqrt{5} - 4\ln(3 + 2\sqrt{2})$

d) $4\sqrt{2} + \sqrt{13} - \sqrt{5} + 2\ln\frac{(3+2\sqrt{2})(\sqrt{5}-1)(\sqrt{13}-3)}{4}$

e) $\sqrt{5} + \sqrt{13} - 4\sqrt{2} - 2\ln\frac{(3+2\sqrt{2})(\sqrt{5}-1)(\sqrt{13}-3)}{4}$

UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIŞOARA
SESIUNEA: IULIE, DATA: 25.07.2017
PROBA: MATEMATICĂ

A

1. (9p) Fie x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei

$$x^2 - 2a(x-1) - x(a+1) = -a,$$

unde a este un parametru real. Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2 - 1$.

a) $9a^2 + 1$ b) $9a^2 - 12a$ c) $9a^2 - 1$ d) $9a^2$ e) $9a^2 - 3a + 1$

2. (7p) Să se determine numărul termenilor raţionali ai dezvoltării binomului

$$(\sqrt[3]{5} - \sqrt[5]{2})^{80}.$$

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

3. (8p) Să se calculeze determinantul

$$\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a-2)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b-2)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c-2)^2 \end{vmatrix}.$$

a) 0 b) $-4(b-a)(c-a)(c-b)$ c) $12(b-a)(c-a)(b-c)$
d) $4(b-a)(c-a)(c-b)$ e) $12(a-b)(c-a)(b-c)$

4. (9p) Fie mulţimea numerelor reale înzestrată cu legea de compoziţie $x * y = 2xy - 6(x+y) + 21$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$. Produsul soluţiilor ecuaţiei

$$2^x * 2^{-x} = 8$$

este:

a) 0 b) -1 c) 1 d) 2 e) $\frac{1}{2}$

5. (10p) Să se determine restul împărţirii polinomului $(2X^3 + X + 1)^{2017}$ la polinomul $X^2 - X + 1$.

a) $X - 1$ b) X c) $X + 1$ d) $-X + 1$ e) $-X - 1$

6. (7p) În paralelogramul ABCD unghiurile $\widehat{BAC}$ şi $\widehat{ABC}$ au măsurile de 30°, respectiv 135°, iar lungimea laturii AD este 3. Să se calculeze aria paralelogramului ABCD.

a) $\frac{9}{4}(3-\sqrt{3})$ b) $\frac{3}{2}(3-\sqrt{3})$ c) $\frac{9}{2}(\sqrt{3}+1)$ d) $\frac{9}{4}(\sqrt{3}-1)$ e) $\frac{9}{2}(\sqrt{3}-1)$

7. (8p) Prin punctul A de intersecție a dreptelor $d_1: x + y - 2 = 0$ și $d_2: 2x - y - 4 = 0$ se duce o dreaptă d paralelă cu dreapta de ecuație $y = x$. Fie P un punct oarecare al dreptei d, diferit de A. Să se calculeze raportul dintre distanța de la P la d_1 și distanța de la P la d_2.

a) $2\sqrt{5}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{10}$ d) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ e) $2\sqrt{10}$

8. (8p) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{3x^4}{x^2+1}$. Să se calculeze $\lim_{x\to\infty} (f(e^x))^{\frac{1}{x}}$.

a) e^3 b) e c) 1 d) e^2 e) ∞

9. (8p) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 e^{-x}$. Să se calculeze $f''(-1)$.

a) $7e$ b) $-7e$ c) e d) $-3e$ e) $4e$

10. (8p) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{|x^2 - 4x|}$. Să se determine mulțimea tuturor punctelor de extrem local ale funcției f.

a) $\{2\}$ b) $\{0,2,4\}$ c) $\{2,4\}$ d) $\{0,4\}$ e) $\emptyset$

11. (8p) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât

$$\int_{-a}^{a} \frac{x^4}{e^x+1} dx = -\frac{32}{5}.$$

a) 1 b) $-\sqrt[3]{3^2}$ c) $-3\sqrt[3]{3^2}$ d) 2 e) -2

12. (10p) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea în jurul axei Ox a graficului funcției

$$f: [1,3] \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{\ln(x+1)}}{x}.$$

a) $\frac{\pi}{3} ln \frac{27}{4}$ b) $\frac{\pi}{3} ln \frac{64}{3}$ c) $\frac{\pi}{3} ln \frac{9}{4}$ d) $\frac{\pi}{3} ln \frac{3\sqrt{3}}{4}$ e) $\pi ln \frac{5}{\sqrt[3]{4}}$