

Pentru elementele fiecărei axe se cunosc și accelerațiile maxim obținabile și deci se pot calcula timpii t_{acc} de accelerare de la 0 la v_i , respectiv de decelerare de la v_i la 0 (luați egali).

Observație: în cazul mișcării după un profil trapezoidal de viteză cazul limită este cel din fig.4.13

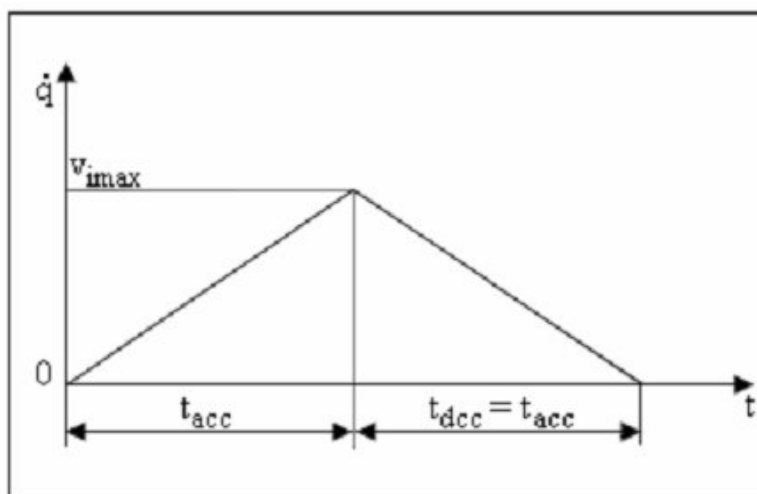


Fig.4.13.Cazul limită la mișcarea după un profil trapezoidalde viteză

În acest caz mișcarea este numai cu accelerare și decelerare (lipsește palierul ce indică deplasarea cu viteză constantă). Pentru a se realiza productivitatea maximă trebuie însă, ca și în acest caz, să se ajungă la viteza maximă.

Ținând cont de cele două situații descrise mai sus se alege ca durată a mișcării între două puncte țintă:

$$T = \max \{ t_i, 2t_{acc} \} \quad (4.26)$$

adică cel mai lung timp dintre timpii de deplasare calculați la nivelul fiecărei cuple cinematice conducătoare.

Acest mod de alegere este necesar pentru a asigura execuția completă a mișcărilor la nivelul fiecărei axe mecanice . Adică, se renunță la deplasarea cu viteza maximă a elementelor unora dintre axe, dacă altele nu se pot mișca decât mai lent. În acest fel, este sigur că mișcărilor se efectuează complet pe fiecare dintre axe.

4.9.2. Alegerea funcțiilor conducere

Se alege câte o funcție conducere $q(t)$ pentru elementele fiecărei articulații în parte. Proprietățile impuse pentru funcțiile conducere (legile de mișcare) sunt:

- a) să fie funcții continue și să aibă cel puțin primele două derivate continue (adică să fie funcții line);
- b) valorile momentane să se poată calcula prin înlocuirea directă a valorilor pentru variabila t în expresiile lor și să nu fie necesare iterații de calcul;

- c) valorile momentane calculate să aibă corespondent fizic bine determinat, adică poziția, viteza și accelerația calculate pe baza lor, pentru fiecare valoare a lui t , să se poată și executa fizic;
- d) să se evite realizarea de mișcări neutile (“hoinare”).

În general, aceste condiții sunt îndeplinite dacă funcțiile $q(t)$ sunt polinomiale.

4.9.3. Exemple de funcții conducere în coordonate c.c.c. Funcția conducere polinomială

Pentru fiecare axă se alege, ca lege de mișcare relativă a elementelor mecanice (lege de evoluție în timp) o expresie de forma:

$$q(t) = c_0 + c_1t + c_2t^2 + \dots + c_{n-1}t^{n-1} + c_nt^n \quad (4.27)$$

Cel mai frecvent se utilizează polinoamele de gradul 1, 2 sau 3, dar există și cazul utilizării unor polinoame de grad superior (5, 6 sau 7).

Observație: legile de mișcare de ordinul 1 și 2 sunt mișcările „clasice”, cu viteza, respectiv, accelerația constante.

Coefficienții c_i , $i = 1 \div 6$ se determină în etapa de specificare a mișcării din condițiile impuse trecerii prin anumite puncte țintă sau via.

Exemplul 1: Utilizarea unei funcții polinomiale de ordinul 3 ca funcție conducere între două puncte via.

Datele problemei:

Se cunosc două puncte via pentru elementele unei axe (două poziții relative impuse elementelor articulației).

Se cunoaște că mișcarea începe la momentul $t = 0$ și se termină la $t = t_f$.

Se cunoaște și viteza de trecere prin punctele impuse.

Se cer:

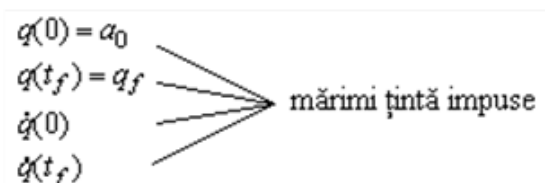
Să se găsească coeficienții funcțiilor polinomiale de gradul 3 care să asigure o conducere lină între cele două puncte via impuse pentru elementele cuplei cinematice respective.

Rezolvare:

Se alege o funcție polinomială:

$$q(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (4.28)$$

Se cunosc:



Se formează sistemul:

$$\begin{cases} q(0) = a_0 \\ q(t_f) = a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 = q_f \\ \dot{q}(0) = a_1 \\ \dot{q}(t_f) = a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 \end{cases} \quad (4.29)$$

Se rezolvă sistemul și se obțin soluțiile:

$$\begin{aligned} a_0 &= q_0 \\ a_1 &= \dot{q}(0) \\ a_2 &= \frac{3}{t_f^2} [q_f - q_0] - \frac{2}{t_f} \dot{q}(0) - \frac{1}{t_f} \dot{q}(t_f) \\ a_3 &= \frac{2}{t_f^3} [q_f - q_0] - \frac{1}{t_f^2} [\dot{q}(t_f) - \dot{q}(0)] \end{aligned} \quad (4.30)$$

Observație: Cel mai frecvent acest set de calcule se execută off - line, adică înainte de începerea desfășurării mișcării propriu-zise între cele două puncte. Acest mod de lucru se poate utiliza dacă procesul este bine stabilit de la început și nu suferă modificări. Există și cazuri când calculul coeficienților polinomiale trebuie efectuat online (din mers), dacă procesul este extrem de flexibil și desfășurarea etapelor sale depinde de evenimente produse în etapele anterioare.

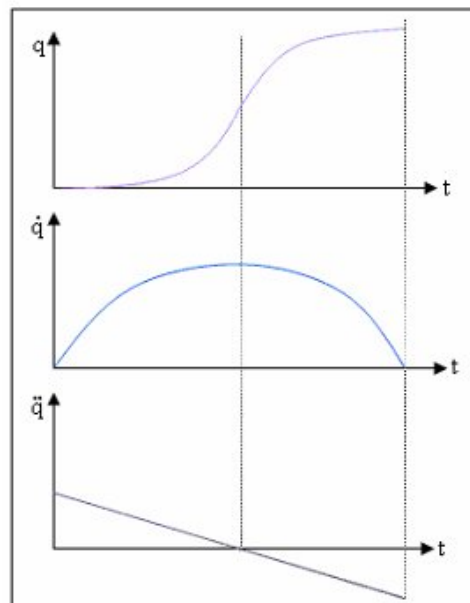


Fig.4.14. Exemplu de alură pentru o polinomială de ordinul 3

În fig.4.14 se arată un exemplu de alură pentru o polinomială de ordinul 3, ca lege de mișcare începută din repaos și oprită în punctul final ($t_0 = t_f = 0$).

Exemplul 2: Funcția conducere cu profil trapezoidal de viteze.

Este cazul cel mai frecvent utilizat în conducerea unui robot în coordonate c.c.c. Este cazul particular în care funcția polinomială utilizată este de ordinul 2. Pentru acest caz alura curbelor aferente poziției, vitezei și accelerației sunt ca cele reprezentate în fig.4.8.b. În acest caz elementele articulației evoluează cu accelerat de la 0 la t_1 , cu viteză constantă de la t_1 la t_2 și uniform încetinit de la t_2 la t_f .

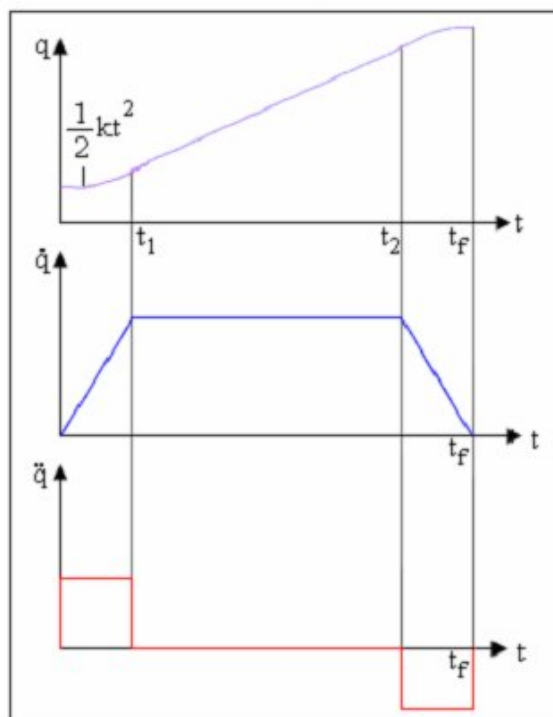


Fig.4.8.b. Mișcare după un profil trapezoidal de viteză

Datele problemei:

Se cunosc punctul inițial și cel final în deplasare și motorul de acționare al cuplei cinematice conducătoare.

Se cere profilul de viteze după care trebuie conduse elementele axei.

Rezolvare: Pornind de la parametrii motorului se pot calcula vitezele și accelerațiile maxime obținabile. De regulă, se dorește pornirea cu viteza și accelerația maxime și atingerea vitezei maxime posibile (pentru a se realiza productivitatea maximă). Cu a_{\max} și v_{\max} se calculează în momentele t_1 și t_2 în care începe și, respectiv, se termină porțiunea liniară a curbei $q(t)$.

Observații:

- 1) În cazul conducerii cu profil trapezoidal de viteză trebuie asigurat câte un interval de timp pentru accelerare și, respectiv, pentru decelerare, în orice situație. Cazul limită este cel redat în fig.4.13. În această situație accelerația este mică și nu se

mai ajunge la deplasarea cu viteză constantă; mișcarea constă dintr-o accelerare până la viteza maximă și apoi o decelerare de la viteza maximă la 0. În acest caz trebuie însă asigurat ca intervalul $0 - t_f$ să fie mai mare decât $2t_{acc}$, unde t_{acc} este intervalul de timp necesar accelerării cuplei cu accelerația dată, de la 0 la v_{max} . t_{acc} este calculabil.

- 2) În situația limită din fig.4.13, pe graficul $q(t)$ lipsește porțiunea liniară. Graficul $q(t)$ se compune din numai două arce de parabolă racordate.
 - 3) Cu cât accelerația este mai mare, cu atât t_{acc} este mai scurt și porțiunea liniară e mai lungă. Cu cât accelerația este mai mică, cu atât t_{acc} e mai lung și porțiunea liniară mai scurtă.
8. Generarea mișcării în coordonate c.c.c. Concluzii, avantaje, dezavantaje pentru conducerea în coordonate c.c.c. pp.107-109

4.9.4. Generarea mișcării în coordonate c.c.c.

După etapa de specificare a mișcării s-au ales timpii de parcurgere și funcțiile conducere și s-au calculat coeficienții variabilei timp din expresiile funcțiilor conducere. Aceste date sunt transferate generatorului de traiectorie. Rolul GT este acela de a calcula valorile numerice ale funcțiilor conducere și derivatele lor la diferite intervale de timp.

Cu o frecvență cuprinsă între 20 Hz și 200 Hz (în funcție de viteza de calcul a calculatorului) se calculează valorile $q(t)$, $\dot{q}(t)$ și $\ddot{q}(t)$, parametrii cinematici ai mișcărilor (valori ce trebuie atinse în mișcare la diferite momente). Sunt generate astfel puncte ale traiectoriei descrise de elementele mecanice și vitezele/accelerațiile aferente.

Aceste valori calculate de GT sunt mărimi de prescriere pentru regulatoarele din structura fiecărui sistem de conducere local de la nivelul articular, cu care asigură conducerea nemijlocită a fiecărei axe (toate sistemele de conducere locale, împreună, constituie sistemul de acționare al robotului).

Generatorul de traiectorie lucrează după un program care urmărește, în principiu, un algoritm de tipul:

```

t = t0;
buclă: așteaptă după noul interval de interpolare
t = t + Δt;
q(t), q̇(t), q̈(t) {valorile coordonatelor q și ale derivatelor lor în momentul t}
dacă t = tf părăsește buclă;
dacă t < tf continuă buclă;
end.

```

Observație: Principalul calcul pe care-l efectuează generatorul de traiectorie în parcurgerea algoritmului este acela al calculului valorilor momentane pentru funcțiile conducere și derivatele lor. Rezultatul acestor calcule reprezintă (în fiecare moment Δt) mărimile de prescriere pentru regulatoarele din structura sistemelor de conducere locale de la nivelul cuplelor cinematice conducătoare.

Concluzie: GT generează puncte prin care trebuie să treacă elementele fiecărei articulații între t_0 și t_f , specificând și vitezele și accelerațiile aferente. Elementele

mecanice descriu și ele câte o traiectorie: arc de cerc, linie dreaptă, (după tipul cuplelor cinematice - de rotație sau de translație).

4.9.5. Concluzii cu privire la mișcarea în coordonate c.c.c.

Acest mod de conducere al unui robot este considerat cel mai simplu și cel mai mic consumator de timp de calcul. Conducerea se efectuează la nivelul la care și mișcarea este produsă (nivelul articulațiilor). Se pornește de la procesul tehnologic și se determină punctele țintă și via în coordonate operaționale (de multe ori carteziene). Cu analiza cinematică inversă, aplicată o singură dată, se determină punctele țintă și via în coordonate c.c.c. (coordonate articulare, coordonate robot). La nivelul fiecărei axe a robotului se alege (se specifică) câte o lege de mișcare și, în continuare, mișcările sunt urmărite numai la nivel articular.

Folosind funcții conducere polinomiale mișcările la nivelul fiecărei axe sunt line, rezultând implicit și o mișcare lină pe ansamblul întregului robot (se poate demonstra și matematic).

Desfășurarea mișcării se urmărește numai la nivelul cuplelor cinematice conducătoare, controlerul aferent corectând, pentru fiecare axă, eventualele erori locale. De aici rezultă o acuratețe mai scăzută în ceea ce privește situațiile din spațiul operațional al robotului.

Observație: În etapa de generare a mișcării GT, în care s-au memorat legile de mișcare stabilite pentru fiecare axă, incrementează variabila t de la 0 la t_f . Pentru fiecare valoare a lui t se calculează câte o valoare $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i, i = 1 \div n$ pentru funcțiile conducere și derivatele lor. Aceste valori sunt mărimi de prescriere care se transmit controlerului de ax de la nivelul fiecărei articulații în parte, spre a fi executate.

Deși scopul final urmărit este acela ca punctul caracteristic să treacă prin toate punctele țintă și via impuse de procesul tehnologic, mișcarea nu este condusă și controlată la nivelul punctului caracteristic (pentru care oricum nu avem traductor), ci la nivelul fiecărei axe unde, de fapt, mișcarea este executată.

Între mișcările elementelor ce constituie o cuplă cinematică și elementele celorlalte articulații nu există de fapt decât o singură legătură: de regulă, încep și se termină simultan. Mișcările tuturor elementelor se desfășoară concomitent, dar sunt și cazuri în care unele elemente se află în repaos când altele se deplasează.

4.9.6. Avantajele conduceri unui robot în coordonate c.c.c.

Principalele avantaje ale acestui mod de conducere sunt:

- specificarea și generarea traiectoriei se realizează direct în variabilele (coordonatele) care sunt reglate la nivelul sistemelor de conducere locale;
- coeficienții funcțiilor conducere se calculează simplu;
- timpul de calcul pentru generarea mișcărilor de prescriere pentru sistemele de conducere locale (valorile momentane ale funcțiilor $q(t)$ și derivatelor) este redus, foarte aproape de timpul real (adică uneori se pot executa calculele și online);
- nu apar situații în care mecanismul să devină degemerat.

Notă: Mecanismul devine degenerat dacă pentru o anumită situație a punctului caracteristic în spațiul operațional se obține, cu analiza cinematică inversă, pentru cel puțin una dintre coordonatele c.c.c. valoarea $q = \infty$. Fiind condus direct în coordonate c.c.c., este evident că, robotului i se prescriu mereu valori reale și finite ale coordonatelor.

Observație: mișcările elementelor mecanice sunt comandate la nivelul fiecărei articulații separat, în mod independent. În realitate elementele cuplelor cinematice conducătoare nu se pot mișca independent, între ele existând cuplaje (exprimate prin ecuații neliniare foarte complicate). De efectul acestor cuplaje trebuie ținut cont. În structura sistemelor de conducere locale sunt introduse regulatoarele care se proiectează astfel încât să se țină cont și de aceste cuplaje.

4.9.7. Dezavantajele conducerii unui robot în coordonate c.c.c.

Principale dezavantaje:

- mișcarea se urmărește la nivelul cuplelor cinematice conducătoare, iar mișcarea punctului caracteristic se obține ca rezultat al mișcărilor independente urmărite pe fiecare axă;
- nu se urmărește direct mișcarea punctului caracteristic, ci pentru elementele ce constituie fiecare cuplă cinematică conducătoare se alege câte o funcție conducere independentă, iar GT generează câte o lege de mișcare pentru elementele fiecărei articulații. Mișcările se execută simultan.

Consecință: traiectoria punctului caracteristic se obține ca rezultat al tuturor mișcărilor, este greu de exprimat analitic, este greu de anticipat și e o curbă greu de urmărit în spațiul vizual uman. De aceea, în acest mod de conducere, operatorul uman trebuie să garanteze, de la bun început, că desfășurarea etapelor procesului tehnologic are loc astfel încât în nici un moment să nu survină pericolul de coliziune.

Exemplul clasic de utilizare a acestui mod de conducere este în cazul robotului de sudură în puncte, la care interesează numai atingerea tuturor punctelor în care trebuie aplicată sudura (cu o orientare adecvată a efectorului final) și nu interesează pe ce traseu se deplasează efectorul final între două puncte (iar evitarea coliziunilor trebuie asigurată anticipat). Interesează, desigur, și asigurarea deplasării line.

4.10. Conducerea unui robot în coordonate carteziane

În cazul conducerii în acest mod, punctului caracteristic i se impune o traiectorie continuă în spațiul cartezian. Se alege și se proiectează (se calculează) legea de mișcare a punctului caracteristic pe o traiectorie spațială impusă de procesul tehnologic. Uneori se determină și vitezele, accelerațiile cu care punctul caracteristic trebuie să se deplaseze.

Cu analiza cinematică inversă și cu Jacobianul aferent se calculează pozițiile, vitezele și accelerațiile de la nivelul cuplelor cinematice conducătoare, iar aceste

4.10. Conducerea unui robot în coordonate carteziane

În cazul conducerii în acest mod, punctului caracteristic i se impune o traiectorie continuă în spațiul cartezian. Se alege și se proiectează (se calculează) legea de mișcare a punctului caracteristic pe o traiectorie spațială impusă de procesul tehnologic. Uneori se determină și vitezele, accelerațiile cu care punctul caracteristic trebuie să se deplaseze.

Cu analiza cinematică inversă și cu Jacobianul aferent se calculează pozițiile, vitezele și accelerațiile de la nivelul cuplelor cinematice conducătoare, iar aceste valori se transmit ca valori prescrise sistemelor de conducere locală, care acționează fiecare articulație.

4.10.1. Generarea mișcării în coordonate carteziane

Și în acest caz generarea punctelor de pe traiectorie se face cu blocul generator de traiectorie. Principial, în cadrul GT generarea punctelor se face rulând un algoritm (program) de tipul:

```
t=t0;  
buclă: așteaptă pentru noul interval de interpolare  
t=t+ Δ t; {incrementează timpul}  
H(t),  $\dot{H}(t)$ ,  $\ddot{H}(t)$  {valorile situarii vitezei și accelerației punctului caracteristic la momentul t  
(expresii matriciale)}  
Q(t), J(t), J-1[H(t)] {calculul soluțiilor în coordonate c.c.c. obținute cu analiza cinematică inversă,  
respectiv cu inversul Jacobianului}  
dacă t = tr then părăsește bucla;  
dacă t < tr continuă bucla;  
end.
```

În acest caz funcția conducere se exprimă matriceal, $H(t)$ este o matrice cu elemente variabile în timp ce exprimă evoluția situației punctului caracteristic de-a lungul traiectoriei.

La fiecare parcurgere a algoritmului se calculează elementele matricilor $H(t)$, $\dot{H}(t)$, $\ddot{H}(t)$ (situație + viteză + accelerație) și se efectuează calculul de conversie din coordonate operaționale (carteziane) în coordonate c.c.c. (articulare).

Observație: este necesar un volum de calcule mult mai mare decât în cazul conducerii în coordonate c.c.c. În literatura de specialitate se arată că volumul de calcule necesar aferent conducerii în coordonate c.c.c. reprezintă 1 - 7 % din volumul de calcule necesar în cazul conducerii în coordonate carteziane.

4.10.2. Specificarea mișcării în cazul conducerii în coordonate carteziane

Înainte de a se trece la generarea propriu-zisă a traiectoriei (cu execuția unui algoritm de genul celui anterior prezentat) trebuie parcurse două etape preliminare:

4.10.2.1. Etapa de determinare a punctelor de definire a traiectoriei carteziane

Această etapă presupune deosebirea a două situații diferite:

- a) *când se cunoaște expresia analitică a traiectoriei.* În acest caz, se calculează, din expresia cunoscută, diferite puncte care trebuie atinse în diferite momente de timp. Modul de alegere a punctelor poate fi arbitrar sau impus de anumite considerente specifice procesului.

4.10.5. Metoda de conducere în spațiul cartezian cu orientare în c.c.c. (JOCM – Joint Oriented Cartesian Motion)

În acest caz, la specificarea mișcării se calculează întâi puncte de definiție ale traiectoriei carteziene impuse. Din aceste puncte, cu analiza cinematică inversă, se calculează seturi de coordonate articulare aferente. Apoi, se alege câte o funcție conducere la nivelul fiecărei cuple cinematice conducătoare și se procedează la generarea traiectoriei la nivel articular.

Funcțiile conducere sunt (de obicei) polinomiale de grad mic. Conducerea se efectuează urmărind mișcarea numai la nivelul axelor. Reglajul se asigură numai cu verificarea acurateții mișcărilor elementelor cuplelor cinematice conducătoare.

Această metodă este cel mai frecvent utilizată pentru că necesită un volum de calcule mult mai scăzut.

Principalul dezavantaj al metodei este că se pierde din acuratețea urmării traiectoriei carteziene impuse. Au fost, însă, puse la punct metode rapide, cu calcule iterative, prin care se face corecția erorilor carteziene.

Observație: această metodă se aseamănă cu metoda de conducere în coordonate c.c.c. Deosebirea constă în aceea că, față de conducerea în coordonate articulare se folosesc mult mai multe puncte exacte de pe traiectoria carteziană, cărora li se aplică analiza cinematică directă.

4.11. Problema timpului de calcul

Esența conducerii unui robot constă în prescrierea mișcării și punerea în mișcare a sistemului mecanic.

Orice sistem mecanic are una sau mai multe frecvențe de rezonanță.

Conducerea unui robot se realizează cu mijloace numerice (digitale). La comanda numerică, comenzile către sistemul mecanic se aplică în momente discrete (distincte), cu toate că se folosesc funcții line în conducere.

Observație: sugestiv, se poate asemui modul de aplicare al comenzilor către sistemul mecanic cu ritmul de funcționare sacadat al unei mașini de cusut.

La aplicarea unei comenzi de trecere de la un punct la altul, în momentul aplicării comenzii apare un anumit șoc. Șocul este mai mare sau mai mic în funcție de metoda de conducere utilizată.

Dacă frecvența de comandă de trecere de la o situație impusă la alta se alege astfel încât:

$$f_{\text{generare}} \cong f_{\text{rez}} \quad (4.52)$$

se produce excitarea pe una dintre frecvențele de rezonanță f_{rez} ale sistemului mecanic și intrarea în oscilație a acestuia.

Pentru a evita excitarea pe f_{rez} a sistemului mecanic este necesar ca generarea comenzilor de trecere de la un punct la altul să se facă cu o frecvență:

$$f_{generare} \geq 10 \times f_{rez} \quad (4.53)$$

sau

$$T_{generare} \leq \frac{1}{10} T_{rez} \quad (4.54)$$

Din relația (4.54) rezultă că ideal ar fi ca, în conducere, toate calculele aferente gășirii unui nou punct de prescriere să fie efectuate într-un timp mai scurt decât $T_{rez}/10$.

În cazurile cele mai rapide $T_{rez} = 8 \dots 10$ ms, adică $T_{rez}/10 = 0,8 \dots 1$ ms. Un astfel de interval de timp necesar pentru efectuarea tuturor calculelor aferente conducerii unui robot la un nou punct de prescriere este o restricție severă. Problema apare cu mai mare acuitate în cazul conducerii în coordonate carteziane cu orientare în coordonate carteziane.

O astfel de restricție impusă duratei de efectuare a calculelor (≤ 1 ms, calcule în timp real) este severă pentru orice tip de calculator .

4.11.1. Procedura de efectuare a calculelor

În comanda numerică, ca procedeu general, se folosește discretizarea: întreaga durată a procesului de conducere se împarte în intervale egale și cât mai scurte de timp. Un astfel de interval a fost numit în software *felie de timp*, iar în automatică *perioadă de discretizare*, fiind notată uzual cu T . În alte discipline tehnice se folosește și denumirea *perioadă de eșantionare* (fig.4.21).

Principial, pe durata fiecărei perioade de discretizare, trebuie să se efectueze toate calculele aferente conducerii, pentru câte un pas al mișcării. Din considerentele arătate anterior trebuie să se aleagă: $T \leq T_{rez}/10$.

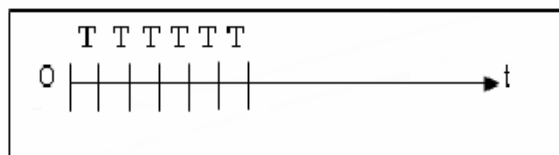


Fig.4.21. Împărțirea în perioade de discretizare

În acționările moderne, un sistem de acționare comandat numeric este considerat rapid dacă operează cu o perioadă de discretizare de $T = 0,8 \div 1$ ms. Sistemul de acționare asigură însă numai conducerea nemijlocită a elementelor cuplelor cinematice conducătoare. Evident este că, în acest interval de timp, nu se pot efectua toate calculele aferente conducerii robotului la un nou punct de prescriere.

Trebuie efectuate toate calculele pentru specificarea, generarea și conducerea nemijlocită a mișcării.

Această aparentă imposibilitate, de se a efectua pe durata unui interval de timp T toate calculele, se evită adoptând ca **procedeu general** soluția de a se executa în $T = 0,8 \dots 1$ ms numai calculele aferente conducerii nemijlocite în (calculele din sistemele de conducere locală).

Pentru celelalte calcule se procedează în următoarele moduri:

I. În cazul în care procesul tehnologic se cunoaște apriori cu exactitate, calculele se efectuează off-line:

a) *în cazul conducerii în coordonate carteziene*

Programatorul (operatorul uman) cunoaște cu exactitate procesul tehnologic și impune punctului caracteristic o traiectorie optimală, realizând off-line programul de conducere pe traiectorie carteziană (calculând $D(r)$, paragraful 4.10.3). Se incrementează (off-line) variabila t , respectiv r , și cu valorile succesive ale acestora se calculează șirul de matrici $D(r)$ aferente. Cu matricile $D(r)$ astfel calculate se găsește secvența de situații POZ k pe care trebuie să le ocupe punctul caracteristic în fiecare t .

Pentru fiecare situație carteziană calculată se aplică analiza cinematică inversă și se găsesc coordonatele articulare q_{ij} , $i=1 \div 6$ aferente. În final, se memorează

coordonatele articulare aflate prin calcul, iar la momentul execuției mișcării se preiau aceste valori din memorie.

b) *în cazul conducerii în coordonate c.c.c.*

Procesul tehnologic impune trecerea prin anumite puncte carteziene. Cu analiza cinematică inversă se calculează, din punctele impuse, coordonatele c.c.c. aferente. Pentru fiecare cuplă cinematică conducătoare se alege apoi câte o funcție (polinomială) și se calculează coeficienții acestor funcții, pornind de la valorile rezultate din punctele impuse de proces.

Calculul șirului de puncte concrete de trecere pe parcursul mișcării este efectuat de generatorul de traiectorie, pe baza funcțiilor conducere alese, și se poate face, în multe cazuri, și on-line.

Observație: metoda b) se poate aplica și în cazul conducerii în coordonate carteziene cu orientare în coordonate c.c.c.

Metoda I se poate aplica numai dacă procesul tehnologic este foarte bine cunoscut și nu apar situații necunoscute, neprevăzute și/sau ramificații de tipul: „dacă,..., atunci,..., altfel...”, iar situațiile obiectelor din spațiul de lucru al robotului sunt riguros respectate (disciplină tehnologică).

II. În cazul unor procese tehnologice complexe sau incomplet cunoscute apriori.

Modul de desfășurare a unora dintre etapele procesului tehnologic pot depinde de evenimente petrecute pe parcursul derulării sale. Disciplina tehnologică este deseori încălcată, pot să apară obstacole, situații neprevăzute etc. În astfel de cazuri, situațiile succesive ale punctului caracteristic nu pot fi calculate off-line, ci trebuie calculate on-line.

Întrucât calculele pentru câte un punct exact al traiectoriei nu se pot efectua la fiecare T , se adoptă soluția de a calcula câte un punct (exact) numai la fiecare N perioade de eșantionare (tipic $N = 25 \div 30$). Calculele pentru următorul punct prescris pentru mișcări se efectuează în avans cu câțiva pași (1-2 etape de proces, dacă e posibil).

Pentru conducerea nemijlocită (conducerea cu controlerul de ax, vezi fig.2.1) trebuie, însă, respectată strict durata perioadei $T = 0,8 \dots 1$ ms. Asta înseamnă că la fiecare T trebuie să apară, pentru fiecare sistem de conducere local, câte o mărime de prescriere. Puncte de prescriere exacte sunt însă calculate numai la fiecare $N \cdot T$!

În aceste situații se folosește o metodă cu care, între două puncte de prescriere exacte (calculate la intervale $N \cdot T$), se calculează puncte de prescriere suplimentare cu un procedeu de interpolare liniară (vezi paragraful 4.11.2), prin care volumul de calcule este mult redus.

III. În cazul în care se efectuează și calcule de dinamică

Timul necesar efectuării calculelor pentru determinarea unui nou punct al deplasării este extrem de lung. În astfel de situații se procedează la oprirea robotului într-un punct cartezian (într-o situație) și se așteaptă terminarea calculelor aferente punctului următor.

4.11.2. Interpolarea liniară

Fie două puncte, din spațiul cartezian, F_0 și F_1 , calculate exact într-un interval de timp $N \cdot T$ de către generatorul de traiectorie. Cu analiza cinematică inversă se calculează q_{0i} și q_{1i} , $i = 1 \div 6$, seturile de valori în coordonate c.c.c. (articulare), aferente punctelor considerate.

Între punctele de prescriere exacte calculate în coordonate c.c.c. se mai calculează, pentru fiecare axă, puncte de prescriere intermediare *pseudoexacte*, folosind relația:

$$q_i(t) = q_{1i} - (T_1 - t) \cdot (q_{1i} - q_{0i}) / T_1 \quad (4.55)$$

unde:

$q_i(t)$ – legea de variație în timp a valorilor coordonatei articulare i ;

q_{1i} , q_{0i} – puncte de prescriere exacte;

T_1 – intervalul de timp necesar deplasării între cele două puncte;

t – timpul curent.

$i = 1 \div 6$, pentru cazul unui robot uzual cu 6 axe.

Relația $q_i(t)$ (4.55) este liniară în timp, adică între două puncte de prescriere exacte se asigură o mișcare cu viteză constantă pe fiecare axă.

Calculul este efectuat de un bloc dedicat numit *interpolator* (vezi cap.II, fig.2.3).

El poate fi un bloc software sau un microcalculator. Prin introducerea acestuia se generează, către sistemele de conducere locală de la nivelul axelor robotului, câte un punct de prescriere, exact sau pseudoexact, la fiecare T .

Observații:

- 1) Pentru regulatoarele care execută conducerea nemijlocită a axelor, trebuie generat câte un punct de prescriere la fiecare T . Folosind interpolarea liniară, majoritatea dintre acestea sunt pseudoexacte, dar la fiecare $N \cdot T$ se transmite și câte un punct exact;
- 2) Interpolatorul poate fi inclus fie în generatorul de traiectorie, fie în controlerul de ax (fig.2.3);
- 3) Folosind puncte de prescriere pseudoexacte, desigur că acuratețea trecerii prin punctele carteziene impuse poate fi afectată. Există, însă, procedee de determinare (prin calcul) a numărului minim de puncte de prescriere exacte ce trebuie cunoscute și utilizate în conducere, pentru ca între ele să se poată proceda la interpolarea liniară și acuratețea deplasării în spațiul cartezian să se mențină în limite admise.

4.11.3. Algoritm de determinare al numărului minim de puncte exacte de pe o traiectorie spațială, cu care se asigură o deviere limitată

În cazul utilizării interpolării liniare, folosindu-se puncte de prescriere pseudoexacte, poate să rezulte o deviere inacceptabilă de la traiectoria spațială impusă. Situația se poate reprezenta ca în fig.4. 22.

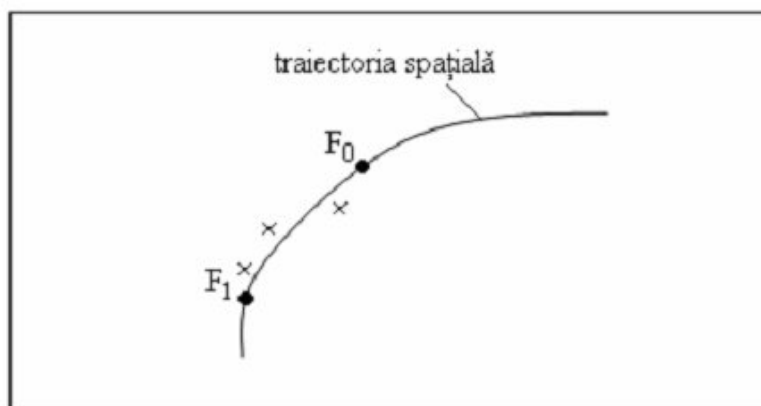


Fig.4. 22. Puncte din spațiul cartezian situate pe și în afara traiectoriei impuse

În fig.4. 22 F_0 și F_1 sunt două puncte exacte de pe traiectoria carteziană impusă. Acestea sunt calculate la intervale de timp $N \cdot T$. Între cele două puncte exacte, situate

Electronica de putere in comutatie

Anul III

1. Deduceți literal expresia raportului static de conversie M al unui convertor *buck* ideal cu funcționare DCM în funcție de factorul de umplere D și parametrul $K = \frac{2Lf_s}{R}$ și demonstrați că și în DCM convertorul rămâne coborât.

Soluție (a se vedea și slide-urile cu modul DCM)

Spre deosebire de modul CCM, în DCM existența a trei stări topologice (deci cu o stare topologică în plus față de CCM), aduce o necunoscută suplimentară și anume durata relativă, D_1 , a celei de a doua stări topologice față de perioada de comutație T_s . De aceea, chiar pentru un convertor ideal, găsirea raportului static de conversie nu se poate face numai din scrierea echilibrului tensiunilor pe bobine.

O a doua ecuație este cea care exprimă echilibrul sarcinii pe capacitate sau, echivalent, ecuația unui curent mediu din circuit. Însă din cauza faptului că pulsațiile curenților inductivi sunt mari această ecuație mai introduce o necunoscută suplimentară și anume curentul maxim prin bobină I_{Lmax} .

De aceea este necesară o a treia ecuație care să furnizeze valoarea lui I_{Lmax} , ecuație care se scrie din prima sau din doua stare topologică (de preferință din prima pentru că furnizează expresia direct în funcție de D) folosind variația curentului inductiv care rămâne liniară.

În cazul convertorului buck (schema convertorului se presupune cunoscută) cele trei ecuații sunt:

$$D(V_g - V_C) + D_1(-V_C) = 0 \quad (\text{echilibrul tensiunilor pe bobină}) \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} I_{Lmax}(D + D_1) - \frac{V_C}{R} = 0 \quad (\text{echilibrul sarcinii pe capacitate}) \quad (2)$$

$$I_{Lmax} = \frac{D(V_g - V_C)}{Lf_s} \quad (\text{curentul maxim prin bobină exprimat din prima stare topologică}) \quad (3)$$

Rezolvarea sistemului format din ecuațiile (1), (2) și (3), prin eliminarea lui D_1 din prima relație și înlocuirea lui I_{Lmax} din a treia, conduce la o ecuație de gradul 2 în V_C (în care a fost pus în evidență parametrul K):

$$KV_C^2 + D^2V_gV_C - D^2V_g^2 = 0 \quad (4)$$

Din poziția diodei și tranzistorului în convertor este clar că i_L nu poate fi decât pozitiv, deci și tensiunea capacitivă, egală cu cea de ieșire, nu poate fi decât pozitivă. Rezolvarea ecuației (4) cu reținerea doar a soluției pozitive conduce la:

$$V_C = V_o = V_g \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2}}} \quad (5)$$

de unde

$$M \stackrel{\text{def}}{=} \frac{V_o}{V_g} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{D^2}}} \quad (6)$$

Examinarea relației (6) arată că numitorul este strict mai mare decât 2 deoarece mărimea de sub radical este strict mai mare decât 1, deci $M < 1$, convertorul rămânând coborât și în DCM.

2. Notăm cu R_{crit} valoarea rezistenței de sarcină la granița CCM-DCM, la factor de umplere D și frecvență de comutație f_s fixate. Precizați valoarea lui R_{crit} pentru un convertor *boost* ideal.

Soluție (a se vedea și slide-urile cu modul DCM)

Condiția generală de funcționare CCM cere ca prin întrerupătoarele pasive (diode) curentul să nu se anuleze în starea topologică în care acestea trebuie să conducă. Echivalent, aceasta impune ca prin diode curentul minim să nu se anuleze. În cazul convertorului boost curentul minim prin diodă este egal cu curentul minim prin bobină. Ca atare este necesar ca

$$I_{Lmin} \geq 0 \quad (1)$$

cu egalitate la limita CCM-DCM.

Dar

$$I_{Lmin} = I_L - \frac{1}{2} \Delta I_L \quad (2)$$

unde I_L este curentul mediu prin bobină, iar ΔI_L pulsațiile vârf la vârf ale acestuia. Astfel condiția (1) devine

$$I_L \geq \frac{1}{2} \Delta I_L \quad (3)$$

La un convertor boost curentul mediu prin bobină este chiar curentul mediu de intrare și aceasta permite calcularea componentei continue din conservarea puterilor active:

$$I_L = \frac{P_o}{V_g} = \frac{\frac{V_o^2}{R}}{V_g} = \frac{1}{(1-D)^2} \frac{V_g}{R} \quad (4)$$

În (4) s-a ținut cont că pentru un convertor boost CCM avem $V_o = \frac{1}{1-D} V_g$.

Pe de altă parte, din prima stare topologică pulsațiile vârf la vârf ale curentului inductiv au expresia:

$$\Delta I_L = \frac{DV_g}{Lf_s} \quad (5)$$

Relațiile (5) și (6) substituie în (3) conduc la inegalitatea

$$\frac{2Lf_s}{R} \geq D(1-D)^2 \quad (6)$$

Din (6), ținând cont de faptul că granița CCM-DCM corespunde semnului de egalitate, rezultă

$$R_{crit} = \frac{2Lf_s}{D(1-D)^2} \quad (7)$$

3. Pentru un convertor *boost* ideal deduceți valoarea parametrului K_{crit} funcție de factorul de umplere D , apoi reprezentați dependența $K_{crit} = f(D)$. Pentru o valoare fixată a parametrului $K = \frac{2Lf_s}{R}$ marcați pe graficul anterior regiunile de funcționare CCM și DCM.

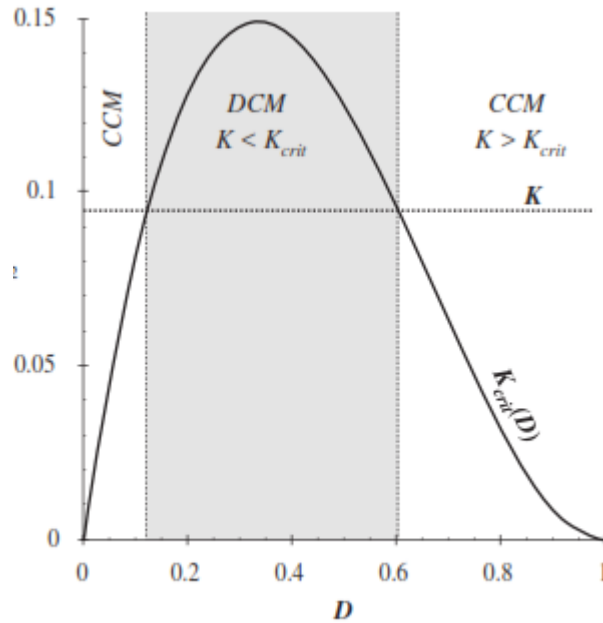
Soluție (a se vedea și slide-urile cu modul DCM)

Sintetic, condiția de funcționare CCM se scrie $K > K_{crit}$. Din problema anterioară, membrul drept al inegalității (6) este chiar K_{crit} . Deci:

$$K_{crit} = D(1-D)^2$$

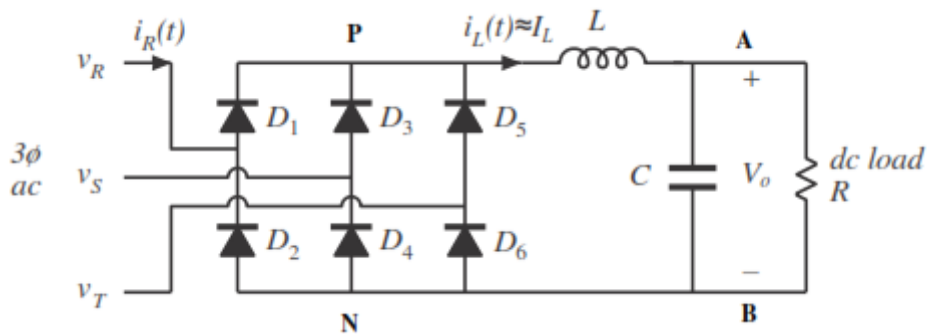
Dependența $K_{crit} = f(D)$ este reprezentată mai jos, în care cu linie orizontală s-a marcat o valoare oarecare a parametrului K . Maximul graficului este la $D = \frac{1}{3}$, ceea ce rezultă imediat din derivarea funcției $D(1-D)^2$ și egalarea cu zero.

Deoarece $K > K_{crit}$ corespunde modului CCM, iar $K < K_{crit}$ modului DCM, marcarea regiunilor respective este imediată și figurată pe grafic.

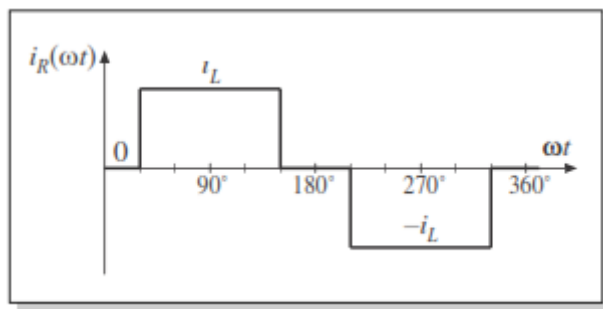


4. Desenați schema unui redresor trifazat în punte necomandată cu sarcină puternic inductivă ($L \rightarrow \infty$) și forma de undă a curentului de fază. Precizați apoi care este conținutul spectral al acestui curent de fază și al tensiunii de ieșire în raport cu frecvența tensiunii de fază.

Soluție (a se vedea și slide-urile cu redresoare)
 Schema redresorului este reprezentată în figura de mai jos.



Curentul aferent fazei R este schițat, ținându-se cont că $L \rightarrow \infty$ implică $i_L = I_L = \text{constant}$.



Curentul de fază va conține numai armonici impare nemultipli de 3 ai frecvenței tensiunii de fază, iar tensiunea de ieșire va avea o componentă continuă și armonici multipli de 6 ai frecvenței tensiunii de fază.

5. Un redresor *monofazat* necomandat în punte cu diode admise ideale este alimentat de la rețeaua sinusoidală de 325V amplitudine. Precizați cât va fi tensiunea medie de ieșire în cazul unui regim CCM (sarcină *inductivă*) și în cazul unei sarcini pur *capacitive* de valoare foarte mare.

Soluție

Se cunoaște că în cazul CCM valoarea medie a tensiunii de la ieșirea redresorului monofazat necomandat este egală cu dublul amplitudinii tensiunii sinusoidale de alimentare, V_M , împărțită la pi. Deci

$$V_{oCCM} = \frac{2V_M}{\pi} = \frac{2 \cdot 325}{\pi} = 206,9V$$

În cazul sarcinii pur capacitive, cu constanta de timp a sarcinii mare în raport cu perioada tensiunii de alimentare, tensiunea medie de ieșire este cu bună aproximație egală cu amplitudinea tensiunii de alimentare, funcționarea fiind practic similară cu a unui detector de vârf. Deci:

$$V_{ocapacitiv} = V_M = 325V$$

6. Un redresor *trifazat necomandat* în punte cu diode admise ideale este alimentat de la rețeaua de 325V amplitudine pentru tensiunea de fază. Precizați cât va fi tensiunea medie de ieșire în cazul unui regim CCM (sarcină inductivă) și în cazul unei sarcini puternic capacitive.

Soluție

Se cunoaște că în cazul funcționării CCM, valoarea medie a tensiunii de la ieșirea unui redresor polifazat necomandat în punte cu m faze este egală cu dublul tensiunii medii a unui redresor m fazat simplu, care este $\frac{m}{\pi} \cdot V_M \cdot \sin \frac{\pi}{m}$. Deci

$$V_{oCCM} = 2 \cdot \frac{m}{\pi} \cdot V_M \cdot \sin \frac{\pi}{m}$$

în care V_M este amplitudinea tensiunii de fază.

În cazul trifazat avem $m=3$ și pentru datele din enunț se obține:

$$V_{oCCM} = 2 \cdot \frac{3}{\pi} V_M \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot 325 = 537V$$

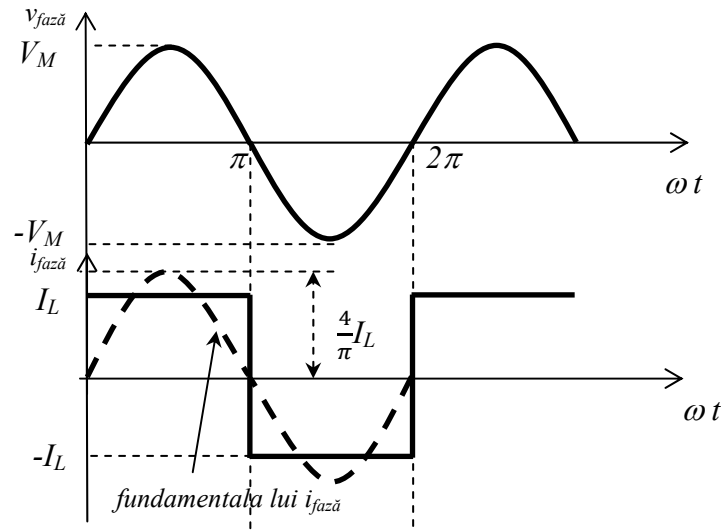
În cazul pur capacitiv, cu constanta de timp a sarcinii mare în raport cu perioada tensiunii de fază, comportamentul redresorului este cel al unui detector de vârf cu alimentarea pe rând câte una din cele 6 tensiuni de *linie*. În consecință tensiunea medie de ieșire este cu bună aproximație egală cu amplitudinea tensiunii de linie. Cum între amplitudinile tensiunii de linie și de fază există o proporționalitate, factorul fiind egal cu $\sqrt{3}$, rezultă:

$$V_{ocapacitiv} = \sqrt{3}V_M = \sqrt{3} \cdot 325 = 562V$$

7. Calculați valoarea factorului de putere la un redresor *monofazat* necomandat cu sarcină puternic inductivă ($L \rightarrow \infty$), tensiunea de alimentare fiind admisă sinusoidală.

Soluție

Formele de undă ale tensiunii și curentului de fază sunt reprezentate mai jos.



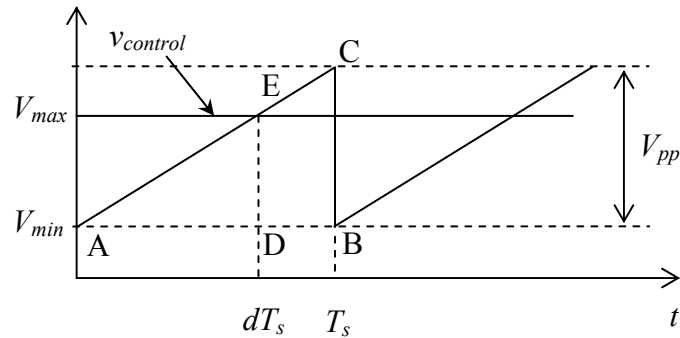
Fie V_M amplitudinea tensiunii de alimentare și vom considera, ca în cazul tuturor redresoarelor studiate, o abscisă unghiulară, în care ω este pulsația tensiunii de alimentare. Deoarece $L \rightarrow \infty$ curentul inductiv, care este și curentul de sarcină al redresorului, va fi constant, notat cu I_L . Pe de altă parte, diodele punții vor comuta la trecerile prin zero ale tensiunii de alimentare. Aceasta, împreună cu faptul că curentul de sarcină al redresorului este constant, conduce la un curent de fază dreptunghiular simetric de amplitudine I_L . Numai fundamentală acestui curent intră în calculul puterii active deoarece tensiunea de alimentare este sinusoidală. Se știe că în cazul unei unde dreptunghiulare simetrice amplitudinea fundamentalei este egală cu amplitudinea undei multiplicată cu factorul $\frac{4}{\pi}$. Totodată valoarea efectivă a unei unde dreptunghiulare simetrice este egală cu amplitudinea sa, deci $I_{faz\,rms} = I_L$. În plus, fundamentală curentului este în fază cu tensiunea de alimentare, iar valoarea efectivă a tensiunii de alimentare este evident $\frac{V_M}{\sqrt{2}}$ deoarece este sinusoidală. Atunci factorul de putere la nivelul tensiunii de alimentare va fi:

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{\frac{1}{2} V_M \cdot \frac{4}{\pi} I_L}{\frac{V_M}{\sqrt{2}} \cdot I_L} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 0,9$$

8. Deduceți cât este valoarea funcției de transfer de semnal mic a unui modulator PWM de tip trailing-edge în funcție de parametrii rampei crescătoare.

Soluție

În figură se prezintă principalele forme de undă, în care V_{min} și V_{max} sunt valorile minimă respectiv maximă ale rampei, iar $v_{control}$ tensiunea de comandă. Fie $V_{pp} = V_{max} - V_{min}$ amplitudinea vârf la vârf a dintelui de ferăstrău.



Din asemănarea triunghiurilor ADE și ABC rezultă că

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \quad (1)$$

Exprimând lungimile segmentelor respective relația (1) devine:

$$\frac{dT_s}{T_s} = \frac{v_{control} - V_{min}}{V_{max} - V_{min}} \quad (2)$$

deci

$$d = \frac{v_{control} - V_{min}}{V_{max} - V_{min}} \quad (3)$$

Liniazând relația (3) în care se ține cont că V_{min} și V_{max} sunt constante, se obține:

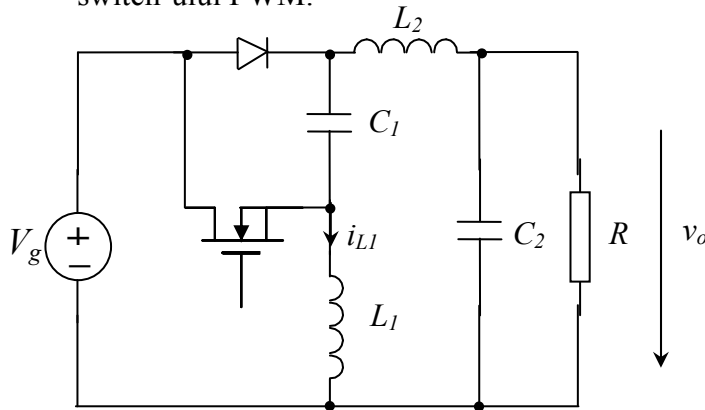
$$\hat{d} = \frac{\hat{v}_{control}}{V_{max} - V_{min}} = \frac{\hat{v}_{control}}{V_{pp}} \quad (4)$$

Din (4) rezultă că funcția de transfer a modulatorului PWM este

$$H_{PWM}(s) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\hat{d}(s)}{\hat{v}_{control}(s)} = \frac{1}{V_{pp}} \quad (5)$$

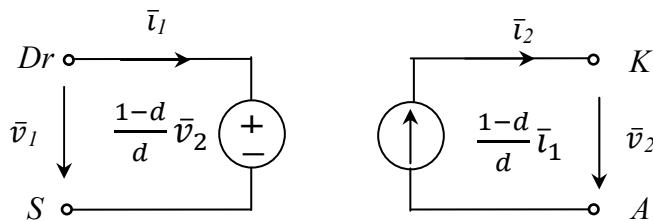
adică funcția de transfer este o constantă egală cu inversul amplitudinii vârf la vârf a dintelui de ferăstrău.

9. Se dă convertorul de mai jos care funcționează CCM, cu respectarea ipotezei pulsațiilor mici și variațiilor lente pentru curenții inductivi și tensiunile capacitive. Tranzistorul și dioda au conducție complementară și factorul de umplere D se referă la durata de conducție a tranzistorului. Determinați raportul static de conversie M și valoarea medie a curentului prin bobina L_1 în funcție de tensiunea de alimentare V_g , factorul de umplere D și rezistența de sarcină R , utilizând modelul de semnal mare al switch-ului PWM.

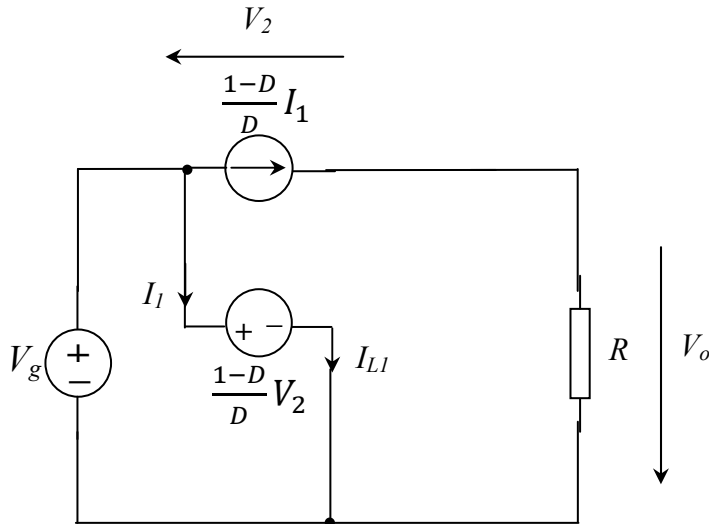


Soluție

Modelul dinamic mediat de semnal mare al switch-ului PWM, privit ca diport, este reprezentat în figura de mai jos, unde d este factorul de umplere continuu, Dr și S reprezintă drena, respectiv sursa tranzistorului MOS, iar A și K sunt anodul respectiv catodul diodei. Acest model mediat va substitui tranzistorul și dioda în convertorul original.



În plus, în stare staționară se știe că modelul mediat devine unul de curent continuu, deci $d=D=\text{constant}$, iar în curent continuu bobinele sunt scurtcircuitate și capacitățile se întrerup. Toate mărimile se substituie cu componentele lor continue, notate cu litere mari. În acest fel, convertorul original în stare staționară, cu modelul mediat al switch-ului PWM inserat, devine cel de mai jos.



Circuitul se rezolvă acum simplu. Din bucla de la intrare și din bucla mare avem:

$$V_g = \frac{1-D}{D} V_2 \quad (1)$$

$$V_o = V_2 + V_g \quad (2)$$

Din (1) se exprimă V_2 și se substituie în (2) găsiindu-se imediat că

$$V_o = \frac{1}{1-D} V_g \quad (3)$$

Deci

$$M = \frac{1}{1-D} \quad (5)$$

convertorul fiind unul ridicător.

Pentru curentul mediu prin L_1 , scriem din ramura cu sursa de tensiune comandată că

$$I_{L1} = I_1 \quad (6)$$

Pe de altă parte, din ramura cu sarcina avem

$$\frac{1-D}{D} I_1 = \frac{V_o}{R} \quad (7)$$

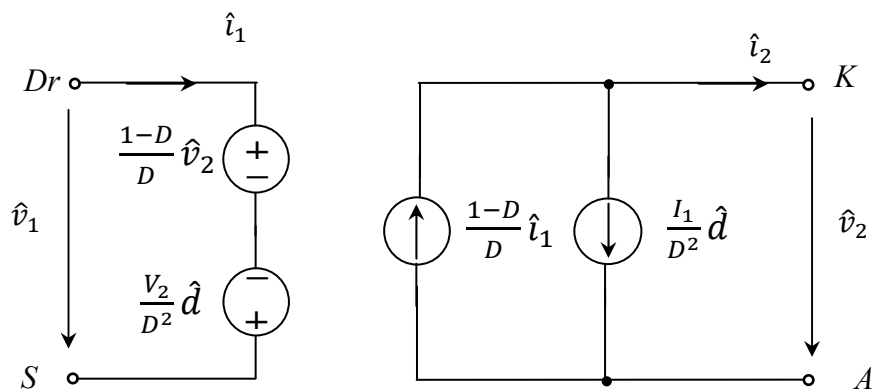
Folosind (3) se substituie V_o în (7) și se exprimă I_1 , care conform (6) este chiar I_{L1} . Se obține:

$$I_{L1} = \frac{D}{(1-D)^2} \frac{V_g}{R} \quad (8)$$

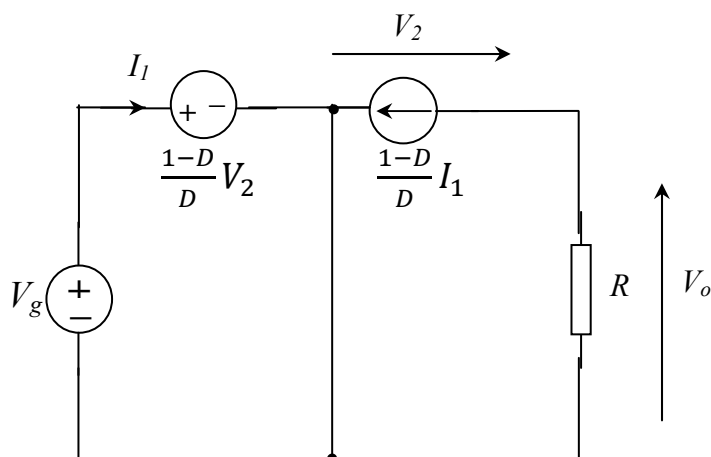
10. Determinați literal funcțiile de transfer de semnal mic *control-ieșire* și *audiosusceptibilitate* ale unui convertor *buck-boost* ideal și exprimați-le în formă *canonică* evidențiind pulsația de rezonanță ω_0 , factorul de amortizare Q , pulsația eventualelor zerouri ω_z și câștigurile în curent continuu G_{g0} respectiv G_{c0} numai funcție de tensiunea de alimentare V_g , factorul de umplere D din punctul de funcționare și elementele de circuit. Sensul tensiunii de ieșire este cel pentru care aceasta rezultă pozitivă.

Soluție

Deoarece funcțiile de transfer de semnal mic depind de punctul de funcționare în jurul căruia se liniarizează, primul pas este determinarea valorilor medii pentru V_2 și I_1 care apar în modelul de semnal mic al switch-ului PWM reprezentat mai jos.



Inserând modelul de curent continuu al switch-ului PWM în convertorul original, cu scurtcircuitarea bobinei și întreruperea capacității, se obține circuitul de curent continuu din figura de mai jos (vezi și problema precedentă).



Din bucla din stânga este clar că $V_g = \frac{1-D}{D} V_2$, de unde

$$V_2 = \frac{D}{1-D} V_g \quad (1)$$

Din bucla mare avem:

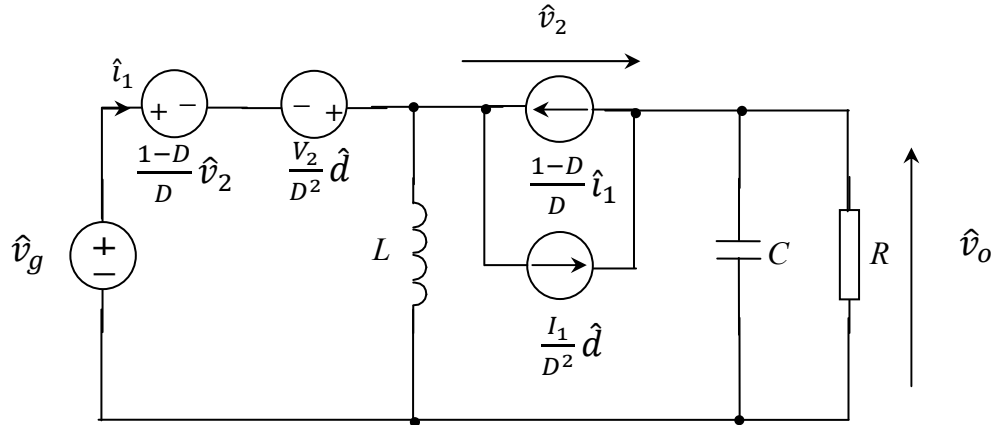
$$V_o = -V_g + \frac{1-D}{D} V_2 + V_2 = -V_g + \frac{1}{D} V_2 = \frac{D}{1-D} V_g \quad (2)$$

S-a folosit (1) când s-a substituit V_2 .

Din ramura de la ieșire avem că $\frac{V_o}{R} = \frac{1-D}{D} I_1$, de unde $I_1 = \frac{D}{1-D} \frac{V_o}{R}$ și substituind V_o din (2) rezultă

$$I_1 = \left(\frac{D}{1-D}\right)^2 \frac{V_g}{R} \quad (3)$$

În pasul al doilea se pleacă de la modelul dinamic mediat de semnal mic al switch-ului PWM prezentat anterior și rezultat din liniarizarea modelului de semnal mare de la problema precedentă. Acest model se inserează în convertorul dc-dc substituind elementele neliniare, adică dioda și tranzistorul. Se obține astfel circuitul de semnal mic din figura de mai jos (elementele reactive se mențin în convertor deoarece modelul este unul dinamic).



Circuitul fiind liniar și invariant în timp (LTI) se poate rezolva folosind teoria clasică a circuitelor LTI (de exemplu legile lui Kirchhoff). Un set de ecuații independente este:

$$\hat{v}_g = \frac{1-D}{D} \hat{v}_2 - \frac{V_2}{D^2} \hat{d} + \hat{v}_2 - \hat{v}_o \text{ (din bucla mare, exterioară)} \quad (4)$$

$$\hat{v}_g = \frac{1-D}{D} \hat{v}_2 - \frac{V_2}{D^2} \hat{d} + sL \left(i_1 + \frac{1-D}{D} \hat{i}_1 - \frac{I_1}{D^2} \hat{d} \right) \text{ (din bucla din partea stângă)} \quad (5)$$

$$\frac{\hat{v}_o}{R} = \frac{1-D}{D} \hat{i}_1 - \frac{I_1}{D^2} \hat{d} \text{ (egalitatea curenților pentru nodul din dreapta sus)} \quad (6)$$

Sistemul de ecuații format de (4), (5) și (6) se rezolvă pentru \hat{v}_o eliminând pe \hat{i}_1 și \hat{v}_2 . Separăm termenii ce înmulțesc pe \hat{v}_g și \hat{d} , obținând:

$$\hat{v}_o = \frac{\frac{D}{1-D}}{1 + \frac{L}{R(1-D)^2} s + \frac{LC}{(1-D)^2} s^2} \cdot \hat{v}_g + \frac{V_2}{D(1-D)} \cdot \frac{1 - \frac{I_1 L}{V_2(1-D)} s}{1 + \frac{L}{R(1-D)^2} s + \frac{LC}{(1-D)^2} s^2} \hat{d} \quad (7)$$

Din (7) audiosusceptibilitatea este

$$G_g(s) = \frac{\frac{D}{1-D}}{1 + \frac{L}{R(1-D)^2} s + \frac{LC}{(1-D)^2} s^2} \quad (8)$$

iar funcția de transfer control-ieșire este

$$G_c(s) = \frac{V_2}{D(1-D)} \cdot \frac{1 - \frac{I_1 L}{V_2(1-D)} s}{1 + \frac{L}{R(1-D)^2} s + \frac{LC}{(1-D)^2} s^2} \quad (9)$$

Se observă că (8) și (9) sunt scrise în formă canonică. Se reamintește că o funcție de transfer rațională $H(s) = \frac{P(s)}{R(s)}$ (raport de polinoame în s) este scrisă în formă canonică dacă se exprimă în forma:

$$H(s) = H_o \cdot \frac{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots} \quad (10)$$

Dacă P sau R sunt polinoame de grad 1, atunci exprimarea este de forma $1 \pm \frac{s}{\omega_x}$. Dacă P se scrie în această formă atunci ω_x se notează cu ω_z , deoarece este un zero, iar dacă R se poate pune sub această formă atunci ω_x se notează cu ω_p , deoarece este un pol.

Dacă P sau R sunt polinoame de grad 2, atunci exprimarea este de forma $1 + \frac{s}{\omega_o Q} + \frac{s^2}{\omega_o^2}$, în care Q este factorul de calitate, iar ω_o pulsația de rezonanță.

Examinând (8) și (9) este clar că forma funcțiilor de transfer este

$$G_g(s) = G_{g0} \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (11)$$

$$G_c(s) = G_{c0} \frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \frac{s^2}{\omega_0^2}} \quad (12)$$

Comparând (8) cu (11) și (9) cu (12), se identifică faptul că

$$\frac{L}{R(1-D)^2} = \frac{1}{\omega_0 Q} \quad (13)$$

$$\frac{LC}{(1-D)^2} = \frac{1}{\omega_0^2} \quad (14)$$

$$\frac{I_1 L}{V_2(1-D)} = \frac{1}{\omega_z} \quad (15)$$

Din (13), (14) și (15), substituind și valorile lui V_2 și I_1 date de (2) respectiv (3) pentru calculul lui ω_z , rezultă:

$$G_{g0} = \frac{D}{1-D} \quad (16)$$

$$\omega_0 = \frac{1-D}{\sqrt{LC}} \quad (17)$$

$$Q = (1-D) \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (18)$$

$$G_{c0} = \frac{V_g}{(1-D)^2} \quad (19)$$

$$\omega_z = \frac{(1-D)^2}{D} \cdot \frac{R}{L} \quad (20)$$

Radiocomunicații

Anul III