UNIVERSITATEA “POLITEHNICA” DIN TIMIŞOARA

Facultatea de Electronică şi Telecomunicaţii

EXAMEN LICENŢĂ

SPECIALIZAREA

ELECTRONICĂ APLICATĂ

2015-2016

UNIVERSITATEA “POLITEHNICA” DIN TIMIŞOARA

Facultatea de Electronică şi Telecomunicaţii

EXAMEN LICENŢĂ

SPECIALIZAREA

ELECTRONICĂ APLICATĂ

2015-2016

Cuprins

UNITĂTI DE MĂSURĂ

ale Sistemului International

1. Specificați unitatea SI pentru masă și simbolul ei. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru micro (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru masă este kilogramul. Simbolul său este kg. Factorul de multiplicare pentru micro este 10^{-6}. Simbolul său este μ.

2. Specificați unitatea SI pentru lungime. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru mili (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru lungime este metrul. Simbolul său este m. Factorul de multiplicare pentru mili este 10^{-3}. Simbolul său este m.

3. Specificați unitatea SI pentru timp. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru micro (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru timp este secunda. Simbolul său este s. Factorul de multiplicare pentru micro este 10^{-6}. Simbolul său este μ.

4. Specificați unitatea SI pentru curentul electric. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru mili (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru curentul electric este amperul. Simbolul său este A. Factorul de multiplicare pentru mili este 10^{-3}. Simbolul său este m.

5. Specificați unitatea SI pentru viteza unghiulară. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru kilo (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru angular viteza unghiulară este radianul pe secundă. Simbolul său este rad/s. Factorul de multiplicare pentru kilo este 10^{3}. Simbolul său este k.

6. Specificați unitatea SI pentru frecvență. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru tera (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru frecvență este herțul. Simbolul său este Hz. Factorul de multiplicare pentru tera este 10^{12}. Simbolul său este T.

7. Specificați unitatea SI pentru energie, lucru mecanic și căldură. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru mega (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru energie, lucru mecanic și căldură este joulul. Simbolul său este J. Factorul de multiplicare pentru mega este 10^{6}. Simbolul său este M.

8. Specificați unitatea SI pentru putere și flux radiant. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru giga (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru putere și flux radiant este wattul. Simbolul său este W. Factorul de multiplicare pentru giga este 10^{9}. Simbolul său este G.

9. Specificați unitatea SI pentru for sarcină electrică și cantitate de electricitate. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru femto (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
   Unitatea SI pentru sarcină electrică și cantitate de electricitate este coulombul. Simbolul său este C. Factorul de multiplicare pentru femto este 10^{-15}. Simbolul său este f.

10. Specificați unitatea SI pentru tensiune electrică, diferență de potențial și tensiune electromotoare. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru nano (exemplu: atto = 10^{-18}, a).

Unitatea SI pentru tensiune electrică, diferență de potențial și tensiune electromotoare este voltul. Simbolul său este V. Factorul de multiplicare pentru nano este 10^{-9}. Simbolul său este n.

11. Specificați unitatea SI pentru intensitatea câmpului electric. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru mega (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
    Unitatea SI pentru intensitatea câmpului electric este voltul pe metru. Simbolul său este V/m. Factorul de multiplicare pentru mega este 10^{6}. Simbolul său este M.

12. Specificați unitatea SI pentru rezistență electrică, impedanță și reactanță. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru kilo (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
    Unitatea SI pentru rezistență electrică, impedanță și reactanță este ohmul. Simbolul său este Ω. Factorul de multiplicare pentru kilo este 10^{3}. Simbolul său este k.

13. Specificați unitatea SI pentru conductanța electrică. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru kilo (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
    Unitatea SI pentru conductanța electrică este siemensul. Simbolul său este S. Factorul de multiplicare pentru kilo este 10^{3}. Simbolul său este k.

14. Specificați unitatea SI pentru capacitatea electrică. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru pico (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
    Unitatea SI pentru capacitatea electrică este faradul. Simbolul său este F. Factorul de multiplicare pentru pico este 10^{-12}. Simbolul său este p.

15. Specificați unitatea SI pentru inductanță. Specificați factorul de multiplicare și simbolul pentru mili (exemplu: atto = 10^{-18}, a).
    Unitatea SI pentru inductanță este henry. Simbolul său este H. Factorul de multiplicare pentru mili este 10^{-3}. Simbolul său este m.

Noțiuni generale de fizică

1. Enunțați legea lui Coulomb

Răspuns – *Forța de natură electrică ce se exercită între două sarcini electrice punctiforme este direct proporțională cu produsul celor două sarcini și invers proporțională cu pătratul distanței dintre cele două sarcini.*

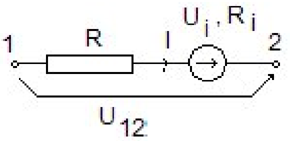
$$\overline{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{\overline{r}_2 - \overline{r}_1}{\left|\overline{r}_2 - \overline{r}_1\right|^3}$$

unde semnificația mărimilor este: q_1 și q_2 - cele două sarcini punctiforme, $\overline{r}_1$ și $\overline{r}_{21}$ - vectorii de poziție ai sarcinilor punctiforme, ε_0 - permitivitatea dielectrică a vidului, mediului în care se găsesc cele două sarcini punctiforme fiind vidul.

2. Enunțați legea conducției pentru conductoare filiforme cu sursă de tensiune imprimată (legea generală a lui Ohm)

Răspuns - *Suma între tensiunea la capetele unei porțiuni neramificate de circuit liniar filiform și tensiunea imprimată a sursei ce se găsește în acea porțiune, este egală, în fiecare moment, cu produsul între curent și rezistența electrică a porțiunii, produs numit și cădere de tensiune.*

Legea conducției pentru conductoare filiforme care nu conțin surse de câmp imprimat (în figura de mai jos $U_i = 0$, $R_i = 0$) se exprimă prin relația,



$$U_{12} = R \cdot I \text{, respectiv } I = \frac{U_{12}}{R} \text{ (legea lui Ohm)}$$

Dacă conductorul filiform conține sursă de câmp imprimat cu parametrii U_i – tensiunea imprimată și R_i – rezistența internă legea conducției se exprimă prin relația

$$U_{12} + U_i = I R_{12} \text{, respectiv } I = \frac{U_{12} + U_i}{R + R_i} \text{ (legea generală a lui Ohm)}$$

3. Enunțați prima teoremă a lui Kirchhoff

Răspuns - *In orice nod de circuit electric, suma algebrica a curenților electrici este egala cu zero. (Suma curenților care intră în nod este egala cu suma curenților care ies din nod).*

Prima teoremă a lui Kirchhoff se exprimă prin relația,

$$\sum_i I_i = 0$$

unde curenții care ies din nod se consideră cu semnul plus, iar cei care intră în nod se consideră cu semnul minus.

4. Enunțați a doua teorema a lui Kirchhoff

Răspuns - *De-a lungul oricărui ochi de circuit electric, suma algebrică a căderilor de tensiune este egală cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare.*

A doua teoremă a lui Kirchhoff se exprimă prin relația,

$$\sum_i R_i I_i = \sum_j U_{ej}$$

Tensiunile electromotore (U_{ej}) se consideră cu semnul plus dacă sensul acestora coincide cu cel de parcurgere al ochiului, respectiv cu semnul minus dacă sensul acestora este invers celui de parcurgere al ochiului. Căderile de tensiune (termeni R_iI_i) se consideră cu semnul plus dacă sensul curentului (I_i) coincide cu sensul de parcurgere al ochiului, respectiv cu semnul minus dacă sensul acestuia este invers sensului de parcurgere al ochiului.

5. Enunțați forma integrală a legeii inducției electromagnetice

Răspuns - *Tensiunea electromotoare indusă de-a lungul unui contur închis Γ este egală cu derivata în raport cu timpul, luată cu semn schimbat, a fluxului magnetic prin suprafața S_Γ ce se sprijină pe acel contur.*

Forma integrală a legii se exprimă prin relația,

$$u_{e\Gamma} = -\frac{d\Phi_\Gamma}{dt}$$

unde $u_{e\Gamma}$ este tensiunea electromotoare indusă în circuitul ce definește conturul Γ, Φ_Γ este fluxul magnetic printr-o suprafață orecare deschisă ce se sprijnă pe curba Γ, $\overline{B}$ este vectorul inducție magnetică în punctele ce aparțin suprafeței S_Γ.

6. Să se definească puterea activă în regim sinusoidal

Răspuns – *Puterea activă se definește pentru un circuit electric dipolar care funcționează în regim sinusoidal ca fiind valorea medie pe o perioadă a produsului dintre valorile instantanee ale tensiunii și curentului.*

Puterea activă se exprimă prin relația,

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T} u_m \sin\omega t \cdot i_m \sin(\omega t - \varphi)dt = U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

unde P– este puterea activă, $u_m \sin\omega t$ – tensiunea la bornele consumatorului, U – valoarea efectivă a tensiunii la bornele consumatorului, $i_m \sin(\omega t - \varphi)$ - curentul consumatorului, I – valoarea efectivă a curentului prin consumator, T – perioada tensiunii și curentului ($T = \frac{1}{f}$), ω – pulsația tensiunii și a curentului ($\omega = 2\pi f$, f fiind frecvența tensiunii și curentului), φ – defazajul dintre tensiunea și curentul consumatorului, iar t – este timpul.

Unitatea de măsură a puterii active, în Sistemul Internațional de unități, se numește Watt, notându-se cu W.

7. Să se definească puterea reactivă în regim sinusoidal

Răspuns – *Puterea reactivă se definește ca fiind produsul dintre valoarea efectivă a tensiunii la bornele consumatorului, valoarea efectivă a curentului prin consumator și sinusul unghiului de defazaj dintre tensiunea și curentul consumatorului.*

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$$

unde Q– este puterea reactivă, U – valoarea efectivă a tensiunii la bornele consumatorului, I – valoarea efectivă a curentului prin consumator, φ – defazajul dintre tensiunea şi curentul consumatorului.
Unitatea de măsură a puterii reactive, în Sistemul Internaţional de unităţi, se numeşte volt-amper reactiv, notându-se cu VAr.

8. Să se definească puterea aparentă în regim sinusoidal
Răspuns – *Puterea aparentă se defineşte ca fiind produsul dintre valoarea efectivă a tensiunii la bornele consumatorului şi valoarea efectivă a curentului prin consumator.*

$$S = U \cdot I$$

unde S– este puterea ararentă, U – valoarea efectivă a tensiunii la bornele consumatorului, I – valoarea efectivă a curentului prin consumator.
Unitatea de măsură a puterii aparente, în Sistemul Internaţional de unităţi, se numeşte volt-amper, notându-se cu VA.

9. Să se definească capacitatea electrică
Răspuns – *Capacitatea electrică este un parametru global ce caracterizează condensatorul ideal şi se defineşte prin relaţia,*

$$C = \frac{Q}{U}$$

unde Q – este sarcina electrică a armăturii pozitive, iar U – este diferenţa de potenţial (tensiunea) dintre cele două armături.
Capacitatea elactrică a unui condensator indică posibilităţile acestuia de a înmagazina energie electrică.
Unitatea de măsură a capacităţii electrice, în Sistemul Internaţional de unităţi, se numeşte Farad, notându-se cu F.

10. Să se definească tensiunea electrică dintre două puncte
Răspuns – *Tensiunea electrică dintre două puncte este o mărime globală şi se defineşte ca fiind integrala curbilinie a vectorului intensitate de câmp electric. Relaţia matematică ce defineşte tensiunea electrică între două puncte este,*

$$U_{12} = \int_1^2 \overline{E} \cdot \overline{dl} = V_1 - V_2$$

unde $\overline{E}$ – este intensitatea câmpului electric, $\overline{dl}$ – este elementul de linie al curbei în lungul căreia se efectuează integrala, V_1 – este potenţialul din punctul 1, iar V_2 – este potenţialul din punctului 2.
În regimuri statice şi staţionare tensiunea electrică nu depinde de traseul pe care se efectuează integrala. În regimuri variabile tensiunea electrică depinde de traseul după care se efectuează integrala, caz în care câmpul electric nu mai este un câmp potenţial.
Unitatea de măsură a tensiunii electrice, în Sistemul Internaţional de unităţi, se numeşte Volt, notându-se cu V.

11. Să se definească intensitatea curentului electric
Răspuns – *Intensitatea curentului electric se defineşte ca fiind egală cu sarcina electrică ce străbate secţiunea transversală a unui conductor în unitate de timp. Relaţia matematică ce defineşte intensitatea curentului electric este,*

$$i = \frac{dQ}{dt} = \int_S \overline{J} \cdot \overline{ds}$$

unde Q – este sarcina electrică, $\overline{ds}$ – este elementul de suprafaţă al secţiunii transversale prin conductor (S), $\overline{J}$ – este densitatea curentului de conducţie, iar t – este timpul.
Unitatea de măsură a curentului electric, în Sistemul Internaţional de unităţi, se numeşte Amper, notându-se cu A.

12. Enunțați teorema lui Ampere

Răspuns – *Integrala vectorului intensitate de câmp magnetic pe orice curbă închisă Γ (tensiunea magnetomotore sau solenație) este egală cu integrala vectorului densitate de curent de conducție pe orice suprafață deschisă S_Γ ce se sprijină pe curba închisă Γ.*

$$\oint_\Gamma \overline{H} \cdot \overline{dl} = \int_{S_\Gamma} \overline{J} \cdot \overline{ds} = i$$

unde i – este curentul electric de conducție prin suprafața S_Γ, $\overline{H}$ – este intensitatea câmpului magnetic, $\overline{J}$ – este densitatea curentului de conducție, $\overline{ds}$ – este elementul de suprafață al suprafeței SΓ.

Unitatea de măsură a tensiunii magnetice, în Sistemul Internațional de unități, se numește Amper, notându-se cu A.

13. Să se definească inductanța unei bobine

Răspuns – *Inductanța unei bobine se definește ca fiind raportul dintre înlănțuirea magnetică totală a bobinei și curentul se pacurge spirele bobinei.*

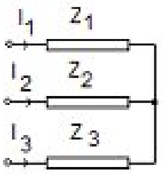
$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{N\phi}{i}$$

unde i – este curentul electric de conducție ce parcurge spirele bobinei, ψ– este înlănțuirea magnetică totală a bobinei, Φ – este fluxul magnetic mediu prin spirele bobinei, iar N – este numărul de spire al bobinei.

Unitatea de măsură a inductanței magnetice, în Sistemul Internațional de unități, se numește Henry, notându-se cu H.

14. Să se definească conexiunea stea la un consumator trifazat (caracteristici)

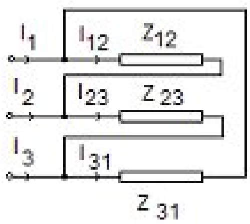
Răspuns – *Conexiunea stea a unui consumator trifazat este aceea la care cele trei impedanțe de fază au un nod comun (ca în figura alăturată).*



Dacă cele trei impedanțe de fază sunt egale, ca mărimi complexe ($\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$) consumatorul trifazat este echilibrat. Un astfel de consumator se bucură de proprietatea că tensiunea de linie U_l satisface relația $U_l = \sqrt{3} \cdot U_f$, iar $I_l = I_f$. Tensiunea de fază (U_f) reprezintă căderea de tensiune pe impedanțele de fază, iar tensiunea de linie (U_l) reprezintă tensiunea dintre două faze. Curenții de fază (I_1, I_2, I_3 – din figură) reprezintă acei curenți ce parcurg impedanțele de fază, iar curenții de linie sunt cei care parcurg linia electrică dintre sursa trifazată și consumatorul trifazat. La conexiunea stea curenții de linie sunt identici cu cei de fază.

15. Să se definească conexiunea triunghi la un consumator trifazat (caracteristici)

Răspuns – *Conexiunea tiunghi a unui consumator trifazat este aceea la care sfârșitul unie impedanțe este conectat cu începutul următorei impedanțe (ca în figura alăturată).*



Dacă cele trei impedanțe de fază sunt egale, ca mărimi complexe ($\underline{Z}_{12}$, $\underline{Z}_{23}$, $\underline{Z}_{31}$) consumatorul trifazat este echilibrat. Un astfel de consumator se bucură de proprietatea că tensiunea de linie U_l satisface relația $U_l = U_f$, iar $I_l = \sqrt{3} \cdot I_f$. Tensiunea de fază (U_f) reprezintă căderea de tensiune pe impedanțele de fază, iar tensiunea de linie (U_l) reprezintă tensiunea dintre două faze. Curenții de fază (I_{12}, I_{23}, I_{31} – din figură) reprezintă acei curenți ce parcurg impedanțele de fază, iar curenții de linie sunt cei care parcurg linia electrică dintre sursa trifazată și consumatorul trifazat (I_1, I_2, I_3). La conexiunea triunghi tensiunile de linie sunt identici cu cele de fază.

CONCEPTE / TEOREME MATEMATICE DE UZ PRACTIC
ÎN EXERCITAREA PROFESIEI DE INGINER

1. Prezentați Formula lui Taylor pentru funcții de o variabilă și modul cum se utilizează în aproximarea funcțiilor prin polinoame.

***Răspuns*:**

Fie $f : \mathrm{I} \subset \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ și $x_0 \in \mathrm{I}, f \in C_I^{n+1}$. Are loc formula lui Taylor

$$f(x) = \mathrm{T}_n(x) + \mathrm{R}_n(x)$$

unde T_n este polinomul lui Taylor de ordin n, iar R_n este restul

$$T_n(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{1!} f'(x_0) + \ldots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} f^{(n)}(x_0),$$

$$R_n(x) = \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(x_0 + \theta(x - x_0)),\ 0 < \theta < 1.$$

Rezultă formula de aproximare pentru $f(x)$ într-o vecinătate V a lui x_0:

$$f(x) \cong T_n(x),$$

cu eroarea $\varepsilon_n = \sup\limits_{x \in V} |R_n(x)|$.

2. Definiți noțiunile de valori și vectori proprii ai unui operator liniar.

***Răspuns*:**

Fie V un spațiu vectorial peste corpul **K** și f : V → V un operator liniar. Un vector nenul $v \in$ V se numește <u>vector propriu</u> al operatorului f dacă există un scalar λ din **K** a.î. $f(v) = \lambda v$. Scalarul λ se numește <u>valoare proprie</u>.

3. Menționați modul de determinare al extremelor unei funcții de 2 variabile, derivabilă parțial.

***Răspuns*:**

Extremele funcției $u = u(x, y)$ se găsesc printre punctele staționare asociate, care sunt soluțiile sistemului $\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} = 0 \end{cases}$.

Un punct staționar este punct de minim dacă $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 > 0$ și $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} > 0$, respectiv este punct de maxim dacă $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 > 0$ și $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} < 0$.

4. Definiți următoarele noțiuni: media aritmetică, media aritmetică ponderată și media geometrică.

***Răspuns*:**

Fie $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ o mulțime nevidă de date (numere reale) cu ponderile nenegative $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$.

Media ponderată este $M_p = \dfrac{p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n}{p_1 + p_2 + \cdots p_n}$, (elementele care au ponderi mai mari contribuie mai mult la medie). Formula poate fi simplificată când ponderile sunt normalizate, adică: $\sum\limits_{i=1}^{n} p_i = 1$. În acest caz $M_p = \sum\limits_{i=1}^{n} p_i x_i$.

Media aritmetică M_a este un caz particular al mediei ponderate M_p în care toate ponderile sunt egale $p_n = \dfrac{1}{n}$.

Avem $M_a = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$ (M_a indică tendința centrală a unui set de numere).

Media geometrică $M_g = \sqrt[n]{x_1, x_2, \cdots x_n}$ dacă $x_i > 0$, $i = \overline{1,n}$. Media geometrică are următoarea interpretare geometrică. Media geometrică $M_g = \sqrt{a\,b}$, a două numere $a, b \in \mathbf{R}_+$ este egală cu latura unui pătrat cu aceeași suprafață ca și un dreptunghi cu laturile a și b.

5. Definiți noțiunea de probabilitate condiționată, enunțați și interpretați formula lui Bayes.

Răspuns:

Fie $\{E, K, P\}$ un câmp de probabilitate și $A, B \in K$ două evenimente cu $P(A) \neq 0$. Se numește probabilitate a evenimentului B condiționată de A expresia:

$$P_A(B) = P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Fie $S = \{B_1, B_2 \ldots B_n\}$ un sistem complet de evenimente.

Deci $E = \bigcup\limits_{i=1}^{n} B_i, B_i \in K, B_i \bigcap B_j = \phi, i \neq j$. Se mai spune că sistemul S este o desfacere a evenimentului sigur E, iar evenimentele B_i se numesc cauze.

Formula lui Bayes

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i) \cdot P_{B_i}(A)}{\sum\limits_{j=1}^{n} P(B_j) \cdot P_{B_j}(A)}$$

Această formulă exprimă probabilitatea unei cauze în ipoteza că evenimentul A s-a produs sau mai precis este probabilitatea că producerea evenimentului A să fie determinată de cauza B_i.

6. Definiți pentru o variabilă aleatoare discretă următoarele caracteristici numerice: valoarea medie, dispersia şi abaterea medie pătratică.

Răspuns:

Fie ξ o variabilă aleatoare discretă cu distribuția

$$\xi : \begin{pmatrix} x_1, x_2, \ldots, x_n \\ p_1, p_2, \ldots, p_n \end{pmatrix}, \sum_{i=1}^{n} p_i = 1,\ \ p_i = P(\xi = x_i)$$

<u>Valoarea medie</u> $M(\xi) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$. Valoarea medie reprezintă o valoare în jurul căreia se constată o grupare a valorilor variabilelor aleatoare.

<u>Dispersia</u> $D^2(\xi) = \sigma^2 = M\left[(\xi - M(\xi))^2\right]$

<u>Abaterea medie pătratică</u> $D(\xi) = \sigma = \sqrt{D^2(\xi)}$.

Dispersia şi abaterea medie pătratică sunt indicatori care caracterizează "împrăştierea" valorilor unei variabile aleatoare dând o indicație asupra gradului de concentare a valorilor variabilei în jurul valorii sale medii.

7. Definiți transformata Laplace şi stabiliți formula de calcul a derivatei.

***Răspuns*:**

Dacă f este o funcție original, <u>transformata Laplace</u> a lui f este:

$$(Lf)\,(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}\,dt\,.$$

<u>Imaginea derivatei</u>

$$(Lf')\,(s) = s(Lf)(s) - f(0_+)$$

8. Definiți Transformata *Z* (Laplace discretă) şi calculați imaginea ei pentru semnalul discret treaptă - unitate.

***Răspuns*:**

Dacă $\{f_n\}$ este un şir original, transformata Z a lui este:

$$Z(f_n)\,(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n z^{-n}\,.$$

Pentru şirul treaptă - unitate

$$\sigma(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0, \quad n \in Z \end{cases}$$

transformata Z este

$$Z\sigma(n)(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} = \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} = \frac{z}{z-1}, \text{ pentru } |z| > 1.$$

9. Coordonate polare, cilindrice şi sferice.

***Răspuns*:**

a). *Trecerea la coordonate polare*:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \end{cases}$$

unde

$$\rho \in [0, \infty);\ \varphi \in [0, 2\pi),$$

stabileşte legătura între coordonatele carteziene (x, y) ale unui punct din plan şi coordonatele polare (ρ, φ) ale aceluiaşi punct.

b). *Trecerea la coordonate cilindrice*:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \\ z = z \end{cases}$$

unde

$$\rho \in [0, \infty);\ \varphi \in [0, 2\pi);\ z \in \mathbf{R},$$

stabileşte legătura între coordonatele carteziene (x, y, z) ale unui punct din spaţiu şi coordonatele cilindrice (ρ, φ, z) ale aceluiaşi punct.

c). *Trecerea la coordonatele sferice*:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi\sin\theta \\ y = \rho\sin\varphi\sin\theta \\ z = \rho\cos\theta \end{cases}$$

unde

$$\rho \in [0, \infty);\ \varphi \in [0, 2\pi);\ \theta \in [0, \pi],$$

stabileşte legătura între coordonatele carteziene (x, y, z) ale unui punct din spaţiu şi coordonatele sferice (ρ, φ, θ) ale aceluiaşi punct.

10. Mărimi geometrice sau fizice care se calculează cu ajutorul integralelor. Formula de calcul a fluxului unui câmp vectorial.

***Răspuns*:**

Aria unui domeniu plan, volumul unui corp, masa, centrul de greutate, momentele de inerție, lucrul mecanic.

Fie S o suprafață netedă și $\bar{v} = P\,\bar{i} + Q\,\bar{j} + R\,\bar{k}$ un câmp vectorial continuu pe S. Fluxul câmpului $\bar{v}$ prin suprafața S orientată de versorul normalei $\bar{n} = (\cos\alpha)\bar{i} + (\cos\beta)\,\bar{j} + (\cos\gamma)\bar{k}$ la suprafața S este $\iint\limits_S \bar{v}\cdot\bar{n}dS = \iint\limits_S \left(P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma\right)dS$.

11. Derivata după o direcție a unei funcții reale. Noțiunile de gradient, divergență și rotor.

***Răspuns*:**

Fie $f : D \subset \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $f(x, y, z)$ un câmp scalar și $\bar{s} \in \mathbf{R}^3, \|\bar{s}\| = 1$ un versor $\bar{a} \in D$. Numim derivata funcției f în punctul $\bar{a}$ după direcția $\bar{s}$ următoarea limită

$$\lim_{t\to 0}\frac{1}{t}\left[f(\bar{a}+t\,\bar{s}) - f(\bar{a})\right] = \frac{f}{\partial\,\bar{s}}(\bar{a})$$

Derivata $\frac{\partial f}{\partial\,\bar{s}}(\bar{a})$ caracterizează viteza de variație a funcției f în punctul $\bar{a}$ după direcția $\bar{s}$. Numim gradientul funcției f în punctul $\bar{a}$ următorul vector

$$\text{grad } f(\bar{a}) = \nabla f(\bar{a}) = \frac{f}{\partial x}(\bar{a})\bar{i} + \frac{f}{\partial j}(\bar{a})\,\bar{j} + \frac{f}{\partial z}(\bar{a})\,\bar{k}$$

unde Nabla este operatorul lui Hamilton $\nabla\cdot = \frac{}{\partial x}\bar{i} + \frac{}{\partial j}\bar{j} + \frac{}{\partial z}\bar{k}$.

Se arată că $\frac{\partial f}{\partial\,\bar{s}}(\bar{a}) = \bar{s}\cdot\nabla f(\bar{a})$ adică derivata câmpului scalar în $\bar{a}$ după direcția $\bar{s}$ este egală cu produsul scalar al gradientului cu versorul $\bar{s}$.

Rezultă de aici că direcția gradientului unui câmp scalar este aceea după care derivata după o direcție are valoarea maximă, adică câmpul are cea mai rapidă variație.

Fie $\vec{v} : U \to \mathbf{R}^3$ un câmp vectorial pe mulțimea deschisă $U \subset \mathbf{R}^3$, $v = (P, Q, R)$.

Divergența câmpului $\vec{v}$ într-un punct curent din U este scalarul (numărul):

$$\text{div } \vec{v} = \frac{P}{\partial x} + \frac{Q}{\partial y} + \frac{R}{\partial z} = \nabla\times\vec{v}$$

Rotorul câmpului $\vec{v}$ într-un punct curent din U este vectorul:

$$\text{rot } \vec{v} = \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z}\right)\bar{i} + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x}\right)\bar{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\bar{k} = \nabla\times\vec{v}$$

12. Să se scrie seria şi coeficienţii Fourier pentru un semnal periodic continuu.

Răspuns:

Fie $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ o funcţie integrabilă şi periodică de perioadă T şi $\omega = \frac{2\pi}{T}$ pulsaţia.

Coeficienţii Fourier sunt:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t) \cos\ n\omega\, dt,\ n = 0,1,...$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t) \sin\ n\omega\, dt,\ n = 1,2,...$$

Seria Fourier asociată lui f este:

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega\, t + b_n \cos n\omega t)$$

13. Definiţia transformatei Fourier. Formula de inversare Fourier.

Răspuns:

Transformata Fourier a unei funcţii absolut integrabile $f: \mathbf{R} \to \mathbf{C}$ este:

$$\hat{f}(\omega) = \int_{\mathbf{R}} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

Formula de inversare Fourier:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\mathbf{R}} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega\ .$$

14. Să se scrie formula de filtrare şi transformata Fourier pentru impulsul unitate.

Răspuns:

Formula de filtrare este: $\delta(x - x_0) = \delta_{x_0}$, unde δ este distribuţia lui Dirac.

Transformata Fourier este: $\hat{\delta} = 1$.

15. Să se rezolve problema Cauchy:

$$\begin{cases} x'(t) = a(t)\,x(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

unde funcția $a = a(t)$ este continuă.

Răspuns:

Scriem ecuaţia sub forma

$$\frac{x'(s)}{x(s)} = a(s),$$

cu s arbitrar, şi integrăm între t_0 şi t:

$$\ln x(t) - \ln x(t_0) = \int_{t_0}^{t} a(s)ds \Longleftrightarrow \ln \frac{x(t)}{x(t_0)} = \int_{t_0}^{t} a(s)ds$$

de unde

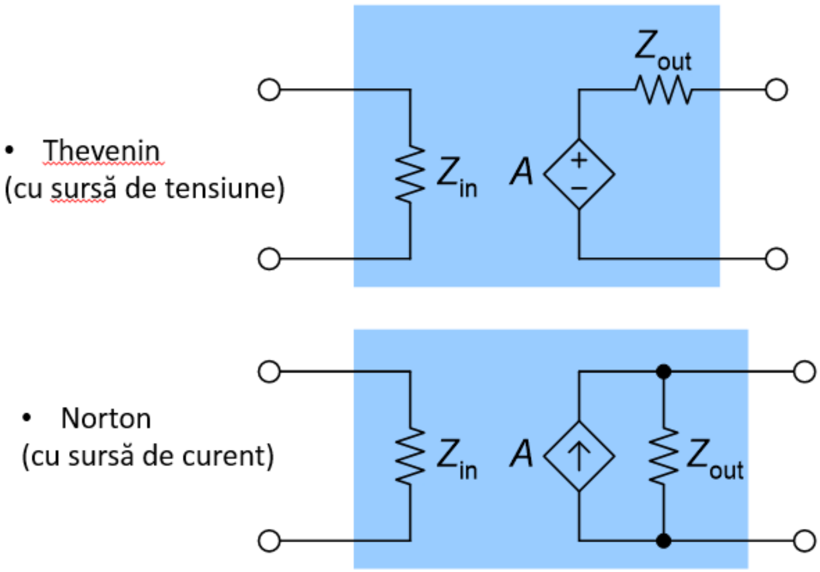
$$x(t) = x_0 e^{\int_{t_0}^{t} a(s)ds}.$$

CIRCUITE ELECTRONICE FUNDAMENTALE

Anul II

1. Prezentați modelul general al unui amplificator (cu sursă de tensiune și cu sursă de curent) și definiți parametrii modelelor.

Răspuns: CAP. 1. Introducere în amplificatoare electronice, slides 3 – 7.



- Impedanţa de intrare este impedanţa echivalentă la bornele de intrare, atunci când la bornele de ieşire este conectată impedanţa de sarcină nominală.
    - Acest parametru caracterizează încărcarea produsă de intrarea amplificatorului asupra sursei de semnal, sau altfel spus, cum simte generatorul de semnal circuitul de amplificare.
    - Impedanţa de intrare se defineşte prin relaţia: $\underline{Z}_i = \frac{\underline{U}_i}{\underline{I}_i}$
- Impedanţa de ieşire este impedanţa internă a generatorului echivalent între bornele de ieşire ale amplificatorului şi se defineşte cu ajutorul relaţiei:

  $\underline{Z}_o = \left.\frac{\underline{U}_o}{\underline{I}_o}\right|_{V_g=0}$

  în care $\underline{V}_g$ este tensiunea generatorului de semnal conectat la bornele de intrare ale amplificatorului.
- Parametrii de transfer
    – Amplificarea de tensiune: $\underline{A}_u = \frac{\underline{U}_o}{\underline{U}_i}$
    – Amplificarea de curent: $\underline{A}_i = \frac{\underline{I}_o}{\underline{I}_i}$

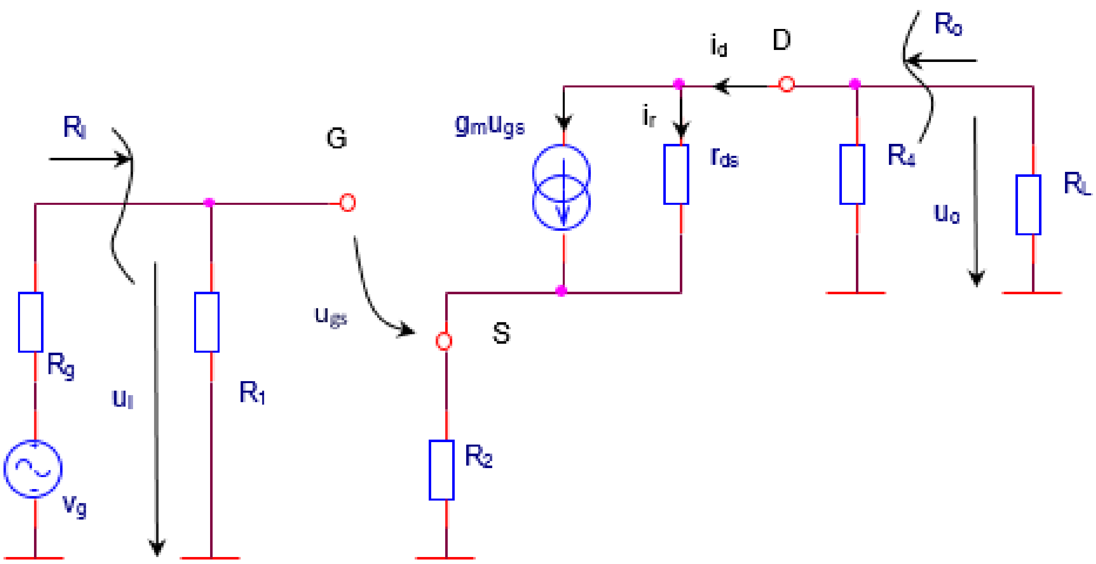
2. Comparați etajele de amplificare emitor, colector respectiv bază comună din punct de vedere al valorii amplificărilor de tensiune, curent, putere, impedanță de intrare și impedanță de ieșire.

Răspuns: CAP. 1. Introducere în amplificatoare electronice, slides 34.

Tip	A_u	A_i	A_p	Z_i	Z_o
EC	Medie	Medie	Mare	Medie	Medie
CC	< 1	Medie	$\cong A_i$	Mare	Mică
BC	Medie	< 1	$\cong A_v$	Mică	Mare

3. Calculați expresia amplificării de tensiune pentru următoarea schemă echivalentă a unui etaj cu tranzistoare TEC în conexiune sursă comună considerând r_{ds} de valoare infinită.

Răspuns: CAP. 1. Introducere în amplificatoare electronice, slides 38 - 40.



$$u_o = -(g_m u_{gs}) R_4 || R_L$$

$$u_i = u_{gs} + (g_m u_{gs}) R_2$$

$$A_u = \frac{u_o}{u_i} = \frac{-(g_m u_{gs}) R_4 || R_L}{u_{gs} + (g_m u_{gs}) R_2}$$

$$= -g_m R_4 || R_L \frac{1}{1 + g_m R_2}$$

4. Formulați metoda constantelor de timp de scurtcircuit (CTS) pentru calculul frecvenței f_j .

Răspuns: CAP. 2. Analiza în domeniile frecvență și timp, slides 36 - 37.

- Determinarea frecvenţei limită inferioară pe baza funcţiei de transfer $A_U(j\omega)$ poate fi, în situaţiile în care circuitul electronic este complex, dificilă
- Se preferă adesea folosirea unei metode aproximative dar mai rapide, denumită ***metoda constantelor de timp de scurtcircuit***, ce permite determinarea f_j.
- Ea constă în asocierea, pentru fiecare condensator cu efect la joasă frecvenţă, unei constante de timp $\tau_k = R_{Sk}C_k$ în care R_{Sk} reprezintă rezistenţa echivalentă la bornele capacităţii C_k în condiţiile în care circuitul este pasivizat şi restul condensatoarelor sunt scurtcircuitate
- În aceste condiţii:

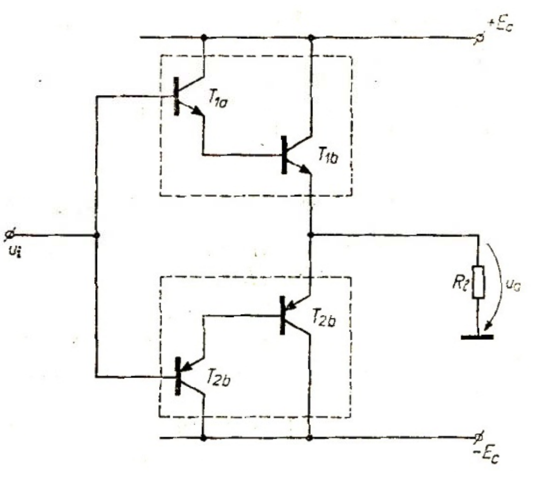
$$\omega_j = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\tau_k}$$

$$\Rightarrow f_j = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2\pi\tau_k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2\pi R_{Sk} C_k} = \sum_{k=1}^{n} f_k$$

în care n reprezintă numărul total de condensatoare cu efect la joasă frecvenţă.

5. Calculați factorul de amplificare în curent β pentru ansamblul format din T1a și T1b.

Răspuns: CAP. 3. Amplificatoare de putere, slide 21.



$$\beta_{ech} = \frac{I_{C2}}{I_{B1}} = \frac{\beta_2 \cdot I_{B2}}{I_{B1}} = \frac{\beta_2 \cdot I_{E1}}{I_{B1}} \cong \frac{\beta_2 \cdot I_{C1}}{I_{B1}} = \beta_1 \cdot \beta_2$$

6. Amplificatorul în clasă D – caracteristici, utilizare și schema de pricipiu.

Răspuns: CAP. 3. Amplificatoare de putere, slide 35 - 36.

- Caracteristici:
  - randament foarte bun, 80% -95%;